

## Laboratorio di Fisica Computazionale I, a.a. 2013/2014

### Prima prova in Itinere (obbligatoria)

Si consideri il moto, in un piano  $(x, y)$ , di un pianeta  $P$  sottoposto all'attrazione gravitazionale di due stelle immobili  $A$  e  $B$ , rispettivamente di massa  $M_A$  e di massa  $M_B$ , a distanza  $\Delta$  l'una dall'altra. Scegliamo l'asse  $x$  del problema in modo che le stelle siano separate nella sola direzione  $x$ , e poniamo l'origine degli assi coordinati nel punto centrale tra le due stelle: la stella  $A$  avrà coordinate  $(-\Delta/2, 0)$  mentre la stella  $B$  avrà coordinate  $(+\Delta/2, 0)$ . Si considerino le equazioni del moto in unità di misura astronomiche da integrare numericamente:

$$\vec{a} = -4\pi^2 \left( M_A \frac{\vec{r}_{AP}}{r_{AP}^3} + M_B \frac{\vec{r}_{BP}}{r_{BP}^3} \right),$$

dove i due vettori  $\vec{r}_{AP}$  e  $\vec{r}_{BP}$  puntano rispettivamente dalla stella  $A$  al pianeta  $P$  e dalla stella  $B$  al pianeta  $P$ , e dove  $r_{AP}$  e  $r_{BP}$  sono i moduli dei due vettori.

Nel seguito terremo fissa la distanza fra le due stelle  $\Delta = 3$  UA. Inoltre, durante l'integrazione numerica, assumeremo che, qualora il pianeta raggiunga una distanza minore o uguale a  $\xi \equiv 0.005$  UA da uno dei due soli, ne risulti annichilito, e l'integrazione numerica vada comunque terminata appena soddisfatta questa condizione (o, in caso non avvengano collisioni letali, dopo un tempo massimo prestabilito inizialmente).

1. Sia  $M_A = 0$  e  $M_B = 1$ , e  $x(0) = 2.9$ ,  $y(0) = 0$ ,  $v_x(0) = 0$  e  $v_y(0) = 2\pi$ . Si studino e si discutano le caratteristiche del moto. Utilizzate, qui e nel seguito, sempre un metodo che sia almeno del secondo ordine.
2. Nelle stesse condizioni del punto precedente si metta  $M_A = 1$ . Si studino e si discutano le caratteristiche del moto.
3. Sia adesso  $x(0) = 1.5$ ,  $y(0) = 1$ ,  $v_x(0) = -2\pi$ ,  $v_y(0) = 0$ . Si discuta il moto nei due casi  $M_A = 0$ ,  $M_B = 1$  e  $M_A = 1$ ,  $M_B = 1$ . Si tracci la traiettoria nel piano  $(x, y)$  per un tempo simulato di 2 unità temporali astronomiche. Cambiate il passo di integrazione per verificare la stabilità dei risultati.
4. Da questo punto in poi  $M_A = 1$  e  $M_B = 1$ . Sia ora  $x(0) = 2.5$ ,  $y(0) = 0$ ,  $v_x(0) = 0$ ,  $v_y(0) = 2\pi$ . Analizzate il moto in un intervallo di 5 unità temporali astronomiche. Verificate che il passo di integrazione scelto sia abbastanza piccolo.
5. Per almeno uno dei casi succitati, verificate che l'errore di integrazione segua l'andamento previsto per gli algoritmi scelti.
6. L'energia meccanica del sistema studiato si conserva lungo le soluzioni delle equazioni del moto. Come si comporta lungo le vostre soluzioni numeriche? Ci sono anomalie durante l'evoluzione con condizioni iniziali date al punto 4 sopra? Potete anche considerare un'altra

costante del moto detta *costante di separazione*:

$$\Omega = L^2 + \frac{v_x^2 \Delta^2}{4} + 4\pi^2 x \Delta \left( \frac{M_A}{r_{AP}} - \frac{M_B}{r_{BP}} \right),$$

dove  $L = xv_y - yv_x$  è il momento angolare rispetto all'origine. Come si comportano queste quantità in corrispondenza dei passaggi in prossimità di ciascuno dei due soli?

### Facoltativo:

Lo studio può essere approfondito sotto molti aspetti. Ad esempio:

1. Partendo dalle condizioni del punto 4 più sopra, ripetete l'integrazione del moto aumentando leggermente il modulo della velocità iniziale, con  $v_x(0) = 0$ . Determinate, con una precisione intorno all'uno per mille, il valore di  $v_y(0)$  per cui si ottiene con buona approssimazione un moto periodico. Provate ad automatizzare la ricerca del valore richiesto.
2. Partendo dalle condizioni del punto 4 più sopra, provate a diminuire  $v_y(0)$ . Quale è il valore critico  $v_y^*$  al di sotto del quale il centro del moto cambia improvvisamente?

### Regole

- Il programma va consegnato come file di testo semplice (niente word, niente pdf), con estensione .c (ed eventualmente .h). Il programma deve poter essere compilato correttamente. La relazione va consegnata in un unico file pdf contenente commenti, discussioni e grafici.
- Usate solo i primi 128 caratteri ASCII per il codice (per esempio niente lettere accentate).
- Non usate la libreria conio.h, che viene fornita solo in alcuni compilatori ma è assente in molti altri.
- Se davvero necessario (in linea di principio vanno inclusi nella relazione) potete allegare grafici anche separatamente nei formati postscript, pdf o jpeg (assolutamente vietato il formato bitmap, nel quale i file risulterebbero troppo grandi).
- Non possono essere allegati file di dati. Il programma deve poter riprodurre tutti i dati discussi e presentati nella relazione, in un formato direttamente accessibile da gnuplot, con i commenti preceduti da #.

Gli studenti del prof. Marinari dovranno inviare il compito in allegato all'indirizzo email:

`lfc.docente@gmail.com`

Gli studenti dei proff. Cammarota e Maiorano dovranno inviare il compito in allegato all'indirizzo email: `lfc1eo52@gmail.com`

Gli studenti del prof. Ricci-Tersenghi dovranno inviare il compito in allegato all'indirizzo email: `lfc1esonero@gmail.com`

La consegna deve avvenire entro le ore 19:00 di mercoledì 13 novembre 2013.