```
In[1]:= P[J_] := Exp[- J J / 2] / Sqrt[2 Pi]

In[2]:= Integrate[P[J], {J, -Infinity, +Infinity}]

Out[2]= 1

In[3]:= f[Beta_] := -1 / Beta Integrate[P[J] Log[2 Cosh[Beta J]], {J, -Infinity, +Infinity}]

In[4]:= f[β]

Out[4]= -(∫_-∞^∞ E^(-J^2/2) Log[2 Cosh[J β]] dJ) / (Sqrt[2 π] β)

In[12]:= f2[Beta_] := Beta * f[Beta]

In[13]:= g[Beta_] := f2'[Beta]

In[14]:= g[β]

Out[14]= -(∫_-∞^∞ E^(-J^2/2) J Tanh[J β] dJ) / Sqrt[2 π]

In[17]:= g[1] // N

Out[17]= -0.605706

In[18]:= g[2] // N

Out[18]= -0.729478

In[19]:= g[4] // N

Out[19]= -0.778403

In[20]:= g[8] // N

Out[20]= -0.792826

In[21]:= g[16] // N

Out[21]= -0.796607

In[22]:= g[32] // N

Out[22]= -0.797564

In[23]:= g[64] // N

Out[23]= -0.797804

In[24]:= g[128] // N

Out[24]= -0.797865
```

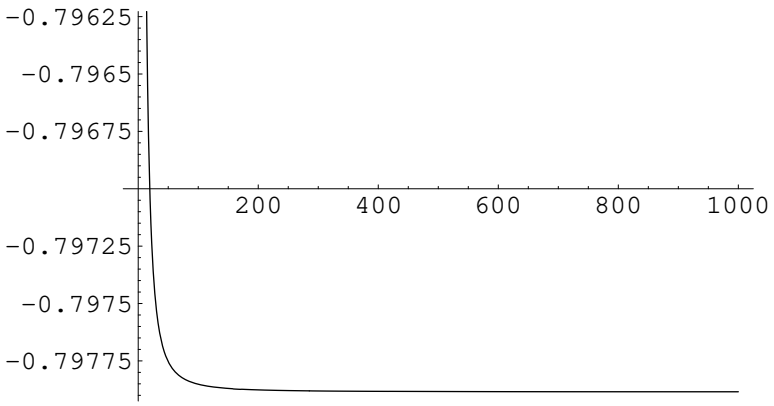
In[25]:= **g[256] // N**

Out[25]= -0.79788

In[26]:= **g[512] // N**

Out[26]= -0.797883

In[27]:= **Plot[g[β], {β, 0, 1000}]**



Out[27]= **-** Graphics **-**