

MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2007-2008

Prova scritta del 5 Settembre 2008

Problema 1

Considerate la densità lagrangiana

$$\mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu \Phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi) - \frac{1}{2}m^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{1}{4}\lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1)$$

dove

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix},$$

e ϕ_1 e ϕ_2 sono campi scalari reali.

Considerate inoltre le trasformazioni indotte dalla matrice

$$U = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (2)$$

della forma:

$$\Phi' = U\Phi \quad (3)$$

- Scrivete le trasformazioni (2), (3) nella forma infinitesima;
- Mostrate che la lagrangiana (1) e' invariante sotto le trasformazioni [potete usare sia la forma (3) sia le trasformazioni infinitesime determinate nella prima domanda];
- Ricavate la corrispondente corrente di Nöther.

Problema 2

- Usando le tracce dei prodotti di matrici γ , calcolate la quantità

$$A = \sum_{r,s} |\bar{u}_s(\mathbf{p}') \gamma^0 u_r(\mathbf{p})|^2,$$

dove $u_r(\mathbf{p})$ e $u_s(\mathbf{p}')$ sono le soluzioni ad energia positiva dell' equazione di Dirac con massa m , corrispondenti ad impulsi \mathbf{p}' e \mathbf{p} e proiezioni dello spin r ed s , rispettivamente.