TEORIE DI GAUGE

A.A. 2010/2011

Omar Benhar, Marco Bochicchio

Argomenti svolti a lezione

Parte I (Omar Benhar)

Integrali di Feynmann

L'ampiezza di transizione in meccanica quantistica. L'ampiezza di transizione per una particella in assenza di potenziale. L'approssimazione reticolare. Il limite classico. Il tempo come variabile complessa. La meccanica statistica. Le funzioni di Green. Sistemi con più gradi di libertà, passaggio alla teoria dei campi. Il funzionale generatore.

Teoria delle perturbazioni per un campo scalare

Lo sviluppo perturbativo del funzionale generatore. Parti connesse e diagrammi vuoto-vuoto. Funzionale per i grafici connessi.

Rappresentazione spettrale della funzione di Green a due punti

Processi di Diffusione, Matrice S

Stati iasintotici "in" ed "out". Ampiezze di diffusione e matrice S. Formule di riduzione LSZ. Diagrammi di Feynman per la matrice S.

Il campo elettromagnetico

La scelta di gauge. Il funzionale generatore e il propagatore.

Campi Fermionici

Variabili anticommutanti. Funzionale generatore e propagatore del campo di Dirac.

QED

Formule di riduzione. Invarianza di gauge nella diffusione Compton.

Rinormalizzazione della QED

Cenni sulla regolarizzazione dimensionale. Il propagatore del fotone. La rinormalizzazione della carica. Calcolo della funzione $\Pi_c(k^2)$. Il propagatore completo e la polarizzazione del vuoto. Il propagatore dell'elettrone. Il vertice. L'identià di Ward.

Simmetrie Discrete

Le simmetrie discrete in meccanica classica. Trasformazioni unitarie ed antiunitarie. Inversione temporale in meccanica quantistica. Coniugazione di carica e parità in teoria dei campi. Teorema di Furrry. Inversione temporale in teoria dei campi. Teorema CPT.

Riferimenti Bibilografici

Appunti delle lezioni sul sito: `http://chimera.roma1.infn.it/OMAR`. Gli appunti sono sostanzialmente completi, e comprendono una bibliografia per eventuali approfondimenti. In particolare, per alcuni dettagli (notazioni, passaggi matematici, etc.) si suggeriscse il testo di F. Mandl e G. Shaw, Quantum Field Theory, Wiley, 1984.

Parte II (Marco Bochicchio)

1. Polarizzazione del vuoto nella teoria quantistica dei campi: elettrodinamica quantistica a confronto con le teorie di Yang-Mills (YM) non-abeliane.
   Teorie di gauge non-abeliane.
   Fibrati vettoriali e fibrati principali.
   Campi di materia (scalari) come sezioni di fibrati vettoriali.
   Gruppo di gauge e sezioni di fibrati principali.
   Derivata covariante e connessione di gauge.
   Rappresentazione fondamentale e rappresentazione aggiunta dell'algebra di Lie di $SU(N)$

2. Teoria dei campi Euclidea come sistema di meccanica statistica, continuazione analitica nello spazio-tempo di Minkowski.
   Integrale funzionale delle teorie di puro YM con gruppo di gauge $SU(N)$.
   Elettrodinamica come teoria di gauge con gruppo di gauge $U(1)$.

Osservabili gauge-invarianti.
Operatori locali gauge-invarianti.
Loop di Wilson.
Relazione tra il loop di Wilson e l'energia di cariche statiche nell'elettrodinamica e nelle teorie di YM non-abeliane, interpretazione in termini della polarizzazione del vuoto.
Gauge-fixing dell'integrale funzionale alla Faddeev-Popov. Integrazione sulle orbite di gauge ed indipendenza delle osservabili gauge invarianti dalla condizione di gauge-fixing.
Propagatore del fotone.
Propagatore del gluone.
Calcolo esatto del loop di Wilson nella teoria $U(1)$.
Calcolo all'ordine piu' basso non banale della teoria delle perturbazioni del loop di Wilson nella teoria $SU(N)$ nella rappresentazione fondamentale per un loop rettangolare di lati T ed R con $T >> R$.

3. Approssimazione dell'integrale funzionale con il metodo del punto di sella.
   Calcolo dell'azione effettiva a 1-loop della teoria di YM con gruppo di gauge $SU(N)$ con il metodo del campo di background e del punto di sella.
   Integrali Gaussiani e determinanti funzionali.
   Condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza del determinante funzionale di un operatore del tipo $1 + A$ con A Hermitiano positivo.
   Rinormalizzazione della costante di accoppiamento (carica) della teoria di YM e liberta' asintotica.
   Funzione beta della teoria di puro YM.
   Concetto di scala invariante del gruppo di rinormalizzazione a 1-loop.

4. Funzione beta di $SU(N)$ YM accoppiata a N_f fermioni di Dirac a massa nulla nella rappresentazione fondamentale con il metodo del campo di background.
   Limiti di applicabilita' della teoria delle perturbazioni di $SU(N)$ YM.
   Proibizione di controtermini di massa per i gluoni nell' azione effettiva della teoria di puro YM.
   Inesistenza dei gluoni come particelle osservabili.
   Gap di massa della teoria di puro YM nel settore degli operatori locali gauge invarianti (glueballs).

Impossibilita' di generare il gap di massa nella teoria delle perturbazioni di puro YM: argomento di non-analiticita' nella costante di accoppiamento della scala invariante del gruppo di rinormalizzazione.
Cenni al limite di grandi N per le glueballs.
Cenni al comportamento non-perturbativo del loop di Wilson.

5. Gauge-fixing rivisitato: simmetria di $BRST$ ed analogia con le forme differenziali.
   Analogia tra l'indipendenza dalla condizione di gauge-fixing dell' integrale funzionale degli operatori gauge invarianti e l' invarianza dell' integrale di una forma differenziale chiusa per l'aggiunta di una forma esatta.
   Interpretazione in termini di classi di coomologia. (M.B. 17/6/11).

6. Estensione supersimmetrica minimale, $\mathcal{N} = 1$ $SUSY$ YM, della pura teoria di YM.
   Fermioni chirali nella rappresentazione aggiunta.
   Funzione beta ad 1-loop di $\mathcal{N} = 1$ $SUSY$ YM con il metodo del campo di background.

7. Indipendendenza dei primi due coefficienti della funzione beta dallo schema di rinormalizzazione per ridefinizioni analitiche della costante di accoppiamento.
   Funzione beta esatta di $\mathcal{N} = 1$ $SUSY$ YM nello schema di Novikov-Shifman-Vainshtein-Zakharov ($NSVZ$).
   Relazione tra la funzione beta Wilsoniana a canonica nello schema $NSVZ$.
   Controesempio all'estensione del teorema di universalita' per i primi due coefficienti della funzione beta al caso di ridefinizioni non-analitiche.

Riferimenti Bibilografici

In riferimento a [1,2,3].
Problema 4 in "Solution to problems" a cura di L. Lopez, di cui alla pagina web di Marco Bochicchio presso la classe di scienze, facolta' di fisica, della "Scuola Normale Superiore".
Libro di A. Polyakov "Gauge fields and strings" par. 1.1, 1.8, 2.3.

Libro di C. Itzykson e J.B. Zuber, "Quantum field theory", par. 12-1-1, 12-1-2, 12-2-2, 12-3-1. Libro di M.E. Peskin e D. V. Schroeder, "An introduction to quantum field theory", tutto par. 15 e par. 16.2, 16.5, 16.6, 16.7.

In riferimento a [4, 5, 6, 7].
Polyakov "ibidem": universalita' coefficienti funzione beta p. 25-26; large-N par. 8-4 cenni, ed Eq.(8.87) (glueballs).
Peskin "ibidem": BRST par. 16.4 e funzione beta par. 16.5 e 16.6.
Itzykson "ibidem": BRST p. 596.
Beta Wilsoniana e canonica di NSVZ, Eq.(2.10), (2.11), (2.12) in hep-th/9707133 di arxiv (Arkani-Hamed et al.).