

# MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2007-2008

Prova scritta del 5 Settembre 2008

## Problema 1

- Dimostrate che la densità lagrangiana

$$\mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu \Phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi) - \frac{1}{2}m^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{1}{4}\lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 ,$$

dove

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} ,$$

e  $\phi_1$  e  $\phi_2$  sono campi scalari reali, è invariante per trasformazioni infinitesime indotte dalla matrice di rotazione

$$U = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} .$$

- Ricavate la corrispondente corrente di Nöther.

## Problema 2

- Usando le tracce dei prodotti di matrici  $\gamma$ , calcolate la quantità

$$A = \sum_{r,s} |\bar{u}_s(\mathbf{p}') \gamma^0 u_r(\mathbf{p})|^2 ,$$

dove  $u_r(\mathbf{p})$  e  $u_s(\mathbf{p}')$  sono le soluzioni ad energia positiva dell' equazione di Dirac con massa  $m$ , corrispondenti ad impulsi  $\mathbf{p}'$  e  $\mathbf{p}$  e proiezioni dello spin  $r$  ed  $s$ , rispettivamente.