

MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2008-2009

Prova scritta del 7 Luglio 2009

Problema 1

- Scrivere la matrice di Lorentz Λ_{ν}^{μ} che corrisponde ad una rotazione di un generico quadrivettore di un angolo θ intorno all'asse z .
- Data la definizione

$$(S^{\mu\nu})_{\tau}^{\rho} \equiv g^{\mu\rho}\delta_{\tau}^{\nu} - g^{\nu\rho}\delta_{\tau}^{\mu}$$

dimostrare che

$$\Lambda_{\nu}^{\mu} = \exp(-\theta(S^{12})_{\nu}^{\mu})$$

Si introduca la variabile (nota come rapidità)

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\mathcal{E} + p_z}{\mathcal{E} - p_z}$$

per una particella che si muove con quadri-impulso $p^{\mu} = (\mathcal{E}, \vec{p})$. Mostrare che:

- nel limite non relativistico ($V \ll 1$) si ha $y = V_z$
- sotto una trasformazione di Lorentz lungo l'asse z si ha

$$y \rightarrow y + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$$

- per una particella senza massa si ha

$$y = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$$

Problema 2

Considerate la densità di Lagrangiana

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^{\mu}(\partial_{\mu}\psi) + Ai(\partial_{\mu}\bar{\psi})\gamma^{\mu}\psi - M\bar{\psi}\psi$$

dove ψ è un campo spinoriale ed A un numero reale.

- Determinate le equazioni del moto di ψ e $\bar{\psi}$.
- Qual'è il valore della massa dei quanti a spin 1/2 del campo?