

MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2008-2009

Prova scritta del 7 Settembre 2009

Problema 1

La densità di Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}M^2\phi^2 - g\bar{\psi}\psi\phi$$

descrive due particelle di masse m e M in interazione

- Scrivete le equazioni del moto dei campi
- Determinate le dimensioni della costante di accoppiamento g , nel sistema di unità naturali:
 $c = \hbar = 1$.

Problema 2

Dimostrate che gli operatori

$$\Pi^\pm = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right)$$

dove

$$\Sigma_i = \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}$$

e le σ_i sono le matrici di Pauli

- sono operatori di proiezione
- soddisfano le relazioni

$$\Pi^+ u_r(\mathbf{p}) = \delta_{r1} u_r(\mathbf{p}) \quad , \quad \Pi^+ v_r(\mathbf{p}) = \delta_{r2} v_r(\mathbf{p})$$

$$\Pi^- u_r(\mathbf{p}) = \delta_{r2} u_r(\mathbf{p}) \quad , \quad \Pi^- v_r(\mathbf{p}) = \delta_{r1} v_r(\mathbf{p}) \quad ,$$

dove $u_r(\mathbf{p})$ e $v_r(\mathbf{p})$, con $r = 1, 2$, sono gli spinori a quattro componenti associati alle soluzioni dell'equazione di Dirac libera con impulso \mathbf{p} orientato lungo l'asse z .