MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2008-2009

Prova scritta del 12 Febbraio 2009

Problema 1

La densità di Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} M^2 \Phi^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \lambda \Phi \phi^2 \ ,$$

descrive particelle di spin zero e masse M e m interagenti tra loro.

- Scrivete le equazioni del moto dei campi Φ e ϕ
- Trovate le dimensioni della costante di accoppiamento λ
- Determinate la condizione che permette il decadimento $\Phi \to \phi\ \phi$.

Problema 2

Nella rappresentazione detta di Weyl, o chirale, le matrici γ vengono scritte nella forma

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \ ,$$

dove $\mathbb{1}$ è la matrice unità di dimensione due e le σ^i sono le matrici di Pauli.

- Verificate che le matrici così definite soddisfano alle regole di anticommutazione

  $$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \ .$$

- Determinate la forma esplicita della matrice

  $$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \ .$$

- Dato il quadrispinore

  $$\psi = \begin{pmatrix} \eta \\ \chi \end{pmatrix} \ ,$$

  dove η e χ sono spinori a due componenti, calcolate le quantità

  $$\psi_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi \quad , \quad \psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi \ .$$