

# MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2008-2009

Prova scritta del 18 Dicembre 2008

## Problema 1

Considerate la densità di Lagrangiana

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu (\partial_\mu\psi) - \frac{1}{2}i (\partial_\mu\bar{\psi}) \gamma^\mu\psi - M\bar{\psi}\psi$$

dove  $\psi$  è un campo spinoriale.

1. Determinate le equazioni del moto di  $\psi$  e  $\bar{\psi}$
2. Quanto vale lo spin dei quanti del campo  $\psi$  ?
3. Qual' è il valore della massa dei quanti ?

## Problema 2

Provare che

$$\sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} = 12 \times \mathbb{1}$$

dove  $\mathbb{1}$  è la matrice  $\text{diag}(1, 1, 1, 1)$  e  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ .

Calcolare il limite non-relativistico,  $|\vec{k}|/m \rightarrow 0$ , di

$$\frac{1}{2}\bar{\psi}\sigma^{ij}\psi$$

dove  $i, j = 1, 2, 3$  e  $\psi$  è uno spinore di Dirac che descrive un elettrone di massa  $m$  e impulso  $\vec{k}$ .