MECCANICA QUANTISTICA RELATIVISTICA

AA 2009-2010

Prova scritta del 2 Dicembre 2009

Problema 1

Si dimostri che:

- $$\gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 = (\sigma^{\mu\nu})^\dagger$$

  dove $\sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\mu, \gamma^\nu]/2$

- $$i\gamma^1\gamma^2 = \sigma^3 \otimes \mathbb{1}_2$$

- $$\mathrm{Tr}\ \gamma^\mu\gamma^\nu = 4g^{\mu\nu}$$

  usando il fatto che Tr $\sigma_i\sigma_j = 2\delta_{ij}$, dove σ_i sono le matrici di Pauli.

Problema 2

La densità lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu - j_\mu A^\mu \ ,$$

dove

$$F^{\mu\nu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu \ ,$$

descrive un campo vettoriale massivo in interazione con la corrente j_μ.

- Derivate le equazioni del moto del campo A^μ

- Utilizzando l'equazione del moto, determinate la condizione necessaria affinchè sia soddisfatta la relazione

$$\partial_\mu A^\mu = 0$$

- Calcolate la variazione dell'azione

$$\delta S = \int d^4x \ \mathcal{L}(A'_\mu, \partial_\nu A'_\mu) - \int d^4x \ \mathcal{L}(A_\mu, \partial_\nu A_\mu)$$

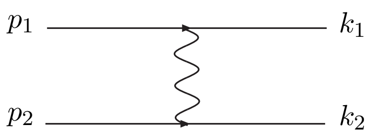
associata alla trasformazione di gauge del campo A_μ

$$A_\mu \to {A_\mu}' = A_\mu - \partial_\mu \Lambda \ .$$

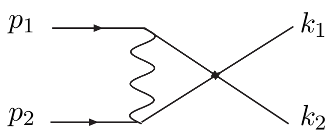
Problema 3 (facoltativo)

L'ampiezza di probabilità A del processo di diffusione $e^-e^- \to e^-e^-$ è rappresentabile all'ordine perturbativo più basso dalla seguente somma di diagrammi di Feynman (la linea ondulata rappresenta il fotone virtuale scambiato)

$A(e^-e^- \to e^-e^-) =$



$-$



- Si commenti il segno meno fra i due diagrammi.