Prova scritta del corso di Fisica con soluzioni

Prof. F. Ricci-Tersenghi

13/09/2012

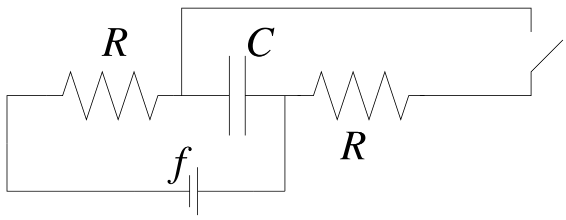
Quesiti

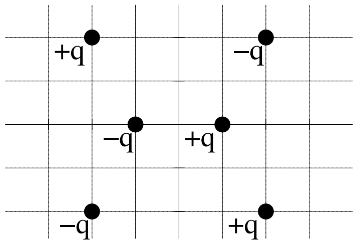
1. Siete su una navetta spaziale in orbita intorno a Marte. La sonda che avete mandato sul terreno marziano vi informa che l'accelerazione di gravità al suolo è pari a $g = 3.7\,m/s^2$. Dalla navetta siete riusciti a misurare il diametro del pianeta, pari a $d = 6800\,km$, e il suo periodo di rotazione pari a 24 ore e 37 minuti. Volete mettere la navetta in orbita geostazionaria, cosí da rimanere in contatto visivo con la sonda sul terreno, anche con i motori spenti: a quale distanza dal suolo dovete posizionare la navetta?

2. Una massa viene lanciata a velocità $v_0 = 7\,m/s$ su per un piano inclinato in presenza di attrito. La massa raggiunge un'altezza di $h = 2\,m$ (rispetto alla quota di partenza) e poi ridiscende lungo lo stesso percorso. Calcolate la sua velocità quando ritorna al punto di lancio.

3. Durante un viaggio in treno decidete di misurare la velocità del treno con il seguente esperimento. Legate ad un filo una pallina della quale conoscete massa e diametro ($m = 10\,g$, $d = 4\,cm$) ed appendete il filo fuori dal finestrino, in modo che il filo sia verticale quando il treno è fermo e si inclini quando il treno è in movimento a causa dell'attrito tra aria e pallina. Per il modulo della forza d'attrito potete usare la seguente formula
$$F_a = \frac{1}{2} c_r \rho S v^2 \ ,$$
dove v è la velocità della pallina ed S l'area della sua sezione ortogonale alla direzione del moto. Per la densità dell'aria potete usare il valore $\rho = 1.15\,kg/m^3$, mentre il coefficiente d'attrito è $c_r = 0.5$ per una sfera. Nel momento in cui misurate che l'angolo che forma il filo con la verticale è di $\theta = 60^o$ qual'è la velocità del treno in km/h? Calcolate inoltre la tensione del filo e la potenza dissipata dalla forza d'attrito con l'aria.

4. Considerate il circuito nella figura a sinistra, in cui $R = 4\,k\Omega$, $f = 12\,V$ e $C = 30\,nF$. Ipotizzando che il circuito abbia esaurito tutti gli effetti transienti e si trovi quindi in una condizione stazionaria, calcolate la carica elettrica depositata su una faccia del condensatore. Qualora l'interruttore sulla destra venisse chiuso e si aspettasse nuovamente che il circuito si porti in una condizione stazionaria, quale sarebbe in questo caso la carica elettrica su una faccia del condensatore.





5. Sei cariche sono disposte come nella figura a destra, con passo reticolare pari a $1\,cm$ e carica $q = 30\,nC$. Calcolate il loro momento di dipolo totale e il campo elettrico che generano nell'origine degli assi.

6. Sapete che in un piano vi è un campo elettrico costante. Calcolatelo, conoscendo il relativo potenziale elettrico nei seguenti punti: $V(0,0) = 1\,V \quad V(2,0) = 5\,V \quad V(0,1) = -2\,V$. Le coordinate sono espresse in centimetri. Calcolate inoltre il lavoro necessario a portare un elettrone dal punto $(0,0)$ al punto $(0,1)$, passando per $(2,0)$.

7. In un esperimento è possibile accendere sia un campo elettrico che un campo magnetico. Entrambi sono costanti e in direzioni ortogonali. All'inizio dell'esperimento è acceso solo il campo elettrico e una particella carica, inizialmente ferma, viene da esso accelerata. In un secondo momento viene spento il campo elettrico e contemporaneamente acceso quello magnetico: si osserva che la particella compie un'arco di circonferenza di raggio $R = 10\,cm$. Infine, dopo che la particella ha percorso per 90^o l'arco di circonferenza, si accende nuovamente il campo elettrico (senza spegnere quello magnetico) e si osserva che la particella procede di moto rettilineo uniforme. Calcolate la distanza d tra il punto da cui è partita la particella e quello in cui era nel momento dell'accensione del campo magnetico.

Soluzioni

1. La navetta dovrà seguire un orbita circolare uniforme di raggio r con velocità angolare $\omega = 2\pi/T$, dove $T = 88620\,s$ è il periodo di rotazione. L'accelerazione centripeta deve compensare l'attrazione gravitazionale di Marte
$$r\omega^2 = \frac{G\,M_M}{r^2} \; ,$$
dove M_M è la massa di Marte, che è legata all'accelerazione gravitazionale al suolo dalla formula
$$g = \frac{G\,M_M}{R_M^2} \; ,$$
in cui $R_M = 3.4\,10^6\,m$ è il raggio del pianeta. Eliminando il termine $G\,M_M$ dalle equazioni qui sopra si ottiene
$$r = \left(\frac{g\,R_M^2}{\omega^2}\right)^{1/3} = 20.4\,10^6\,m \; ,$$
e quindi la distanza della navetta dal suolo deve essere $r - R_M = 1.7\,10^7\,m$.

2. In questo problema non ci serve di sapere le caratteristiche precise del piano inclinato (ossia inclinazione e coefficiente d'attrito), perché possiamo risolverlo usando due volte il teorema dell'energia cinetica. Durante la salita tutta l'energia cinetica viene trasformata in energia potenziale gravitazionale e dissipata dal lavoro delle forze d'attrito
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + L_{attr} \; .$$
Durante la discesa la massa percorre esattamente lo stesso percorso e quindi subisce esattamente le stesse forze d'attrito. L'energia cinetica finale può essere ottenuta usando nuovamente il teorema dell'energia cinetica
$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh - L_{attr} \; .$$
La somma di questa due equazioni fornisce
$$\frac{1}{2}m(v_0^2 + v_f^2) = 2mgh \Longrightarrow v_f = \sqrt{4gh - v_0^2} = 5.42\,m/s \; .$$

3. Il filo si mette ad un inclinazione θ tale che le componenti ortogonali al filo della forza peso e della forza d'attrito si compensino
$$mg\sin(\theta) = F_a\cos(\theta) \Longrightarrow v = \sqrt{\frac{2mg\tan(\theta)}{c_r\rho S}} = 21.7\,m/s = 78\,km/h \; .$$

La tensione del filo è pari alla somma delle componenti lungo il filo

$$T = mg\cos(\theta) + F_a \sin(\theta) = mg\cos(\theta) + mg\tan(\theta)\sin(\theta) = \frac{mg}{\cos(\theta)} = 0.196\,N\ ,$$

mentre la potenza dissipata dalla forza d'attrito è pari a

$$P = F_a v = 3.68\,W\ .$$

4. Quando l'interruttore è aperto (come in figura) la parte di destra del circuito è irrilevante, mentre la parte di sinistra è un normale circuito RC nel limite di tempi lunghi: in questa condizione sappiamo che in circuito RC la corrente smette di scorrere e la differenza di potenziale ai capi del condensatore è pari alla f.e.m. del generatore, ossia

$$\Delta V = f \Longrightarrow Q = C\,\Delta V = C\,f = 360\,nC\ .$$

Con l'interruttore chiuso invece, anche per tempi lunghi, una corrente continua a scorrere nel circuito lungo il percorso perimetrale: si tratta infatti di un circuito con un generatore di f.e.m. e due resistenze. Dato che le due resistenze sono uguali, la caduta di potenziale ai capi di ognuna di esse è pari a $f/2$ (queste deduzioni possono essere ottenute anche con l'uso delle leggi di Kirchhoff). Quindi ai capi del condensatore vi è una differenza di potenziale pari a

$$\Delta V = f/2 \Longrightarrow Q = C\,\Delta V = C\,f/2 = 180\,nC\ .$$

5. Usiamo la definizione di momento di dipolo totale generato da N cariche puntiformi

$$\vec{p}_{tot} = \sum_{i=1}^{N} q_i \vec{r}_i\ ,$$

dove q_i è la carica della i-esima particella e $\vec{r}_i$ la sua posizione. Senza dover fare le somme esplicitamente, è facile convincersi che i contributi delle cariche esterne si compensano e danno un contributo nullo alla somma, quindi dobbiamo considerare solo le due cariche interne e, chiamando $d = 1\,cm$ la loro distanza dall'origine, sia ha

$$\vec{p}_{tot} = q(d,0) - q(-d,0) = (2qd,0) = (6,0)\,10^{-10}\,Cm\ .$$

Anche nel calcolo del campo elettrico nell'origine degli assi, i contributi delle cariche esterne si compensano e il campo risultante è dato solo dai contributi delle due cariche interne. Notiamo anche che il campo elettrico risultante è parallelo all'asse delle x e con verso opposto rispetto al versore dell'asse; la sua intensità è pari a

$$E = 2k_0\frac{q}{d^2} = 5.4\,10^6\,N/C\ .$$

6. Le due componenti del campo elettrico $\vec{E} = (E_x, E_y)$ possono essere determinate usando la formula $\Delta V = -Ed$ che ci fornisce la differenza di potenziale lungo un percorso rettilineo di lunghezza d in presenza di un campo elettrico costante E nella direzione del movimento. È sufficiente considerare i due percorsi rettilinei che vanno dal primo punto al secondo

$$V(2,0) - V(0,0) = -2E_x \Longrightarrow E_x = -200\, V/m \ ,$$

e dal primo al terzo

$$V(0,1) - V(0,0) = -E_y \Longrightarrow E_x = 300\, V/m \ ,$$

Trattandosi di una forza conservativa il lavoro dipende solo dalla differenza di potenziale tra il punto iniziale e quello finale, quindi

$$L = q_e[V(0,1) - V(0,0)] = 4.8\, 10^{-19} N \ .$$

7. Durante il primo tratto dell'esperimento possiamo applicare il teorema dell'energia cinetica

$$\frac{1}{2} m v^2 = qEd \ ,$$

dove m è la massa della particella, q la sua carica, v la velocità che raggiunge alla fine del primo tratto (e che mantiene da lì in poi) ed E è l'intensità del campo elettrico. Durante il secondo tratto la particella sente solo la forza di Lorentz che è pari alla sua accelerazione centripeta

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \ .$$

Infine durante l'ultimo tratto sia la forza elettrica che quella magnetica sono ortogonali alla direzione di volo della particella e si compensano esattamente (perché si ha un moto rettilineo uniforme)

$$qE = qvB \ .$$

Sostituendo la terza equazione nella seconda si ha che

$$m\frac{v^2}{R} = qE \ ,$$

e sostituendo per qE il valore che si ottiene dalla prima equazione abbiamo

$$m\frac{v^2}{R} = \frac{mv^2}{2d} \Longrightarrow d = \frac{R}{2} = 5\, cm \ .$$