# Prova scritta del corso di Fisica con soluzioni

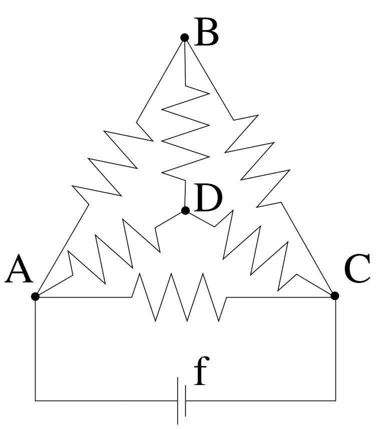
Prof. F. Ricci-Tersenghi

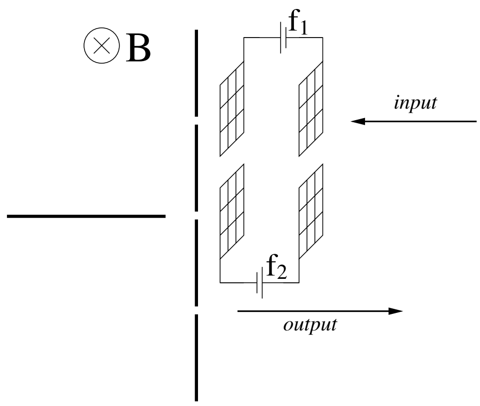
30/06/2014

## Quesiti

1. Due corpi di massa $m_1 = 1\,kg$ e $m_2 = 2\,kg$ sono appesi, fermi, ad una molla. Ad un certo istante il corpo di massa $m_2$ si stacca; conseguentemente il corpo di massa $m_1$ si mette ad oscillare. Osservando che le oscillazioni avvengono tra due punti che distano (in altezza) $\delta = 10\,cm$, si calcoli la costante elastica della molla e la massima velocità della massa che oscilla.

2. Si calcoli la corrente che scorre nel circuito in figura, sapendo che ogni resistore ha una resistenza pari a $R = 1\,k\Omega$ ed il generatore di f.e.m. ha $f = 8\,V$. Di quanto cambia la corrente se viene rimossa la resistenza tra i punti B e C?




3. Nella figura a destra è illustrato un dispositivo sperimentale: sulla sinistra della parete (e solo qui) è presente solo un campo magnetico entrante nel foglio di intensità $B = 10\,G$; la parete ha 3 fori equispaziati a distanza $d = 40\,cm$ attraverso i quali possono passare le particelle; sulla destra della parete ci sono due

coppie di griglie connesse a generatori di f.e.m. ($f_1 = 150\,V$ e $f_2 = 200\,V$) che generano un campo elettrico costante al loro interno e nullo all'esterno. Un fascio di particelle aventi masse, cariche elettriche e velocità diverse arrivano sul dispositivo dalla direzione indicata dalla freccia *input*. Una parte di queste particelle escono dal dispositivo lungo la direzione indicata dalla freccia *output*. Quale range di velocità hanno le particelle in output?

4. Si consideri un solenoide di 400 spire lungo $L = 40\,cm$, di raggio $r = 2\,cm$ e percorso da una corrente $i = 10\,A$. Lungo l'asse del solenoide è presente un secondo filo conduttore percorso dalla stessa corrente. Si calcoli il campo magnetico in un punto a distanza $d = 1\,cm$ dall'asse e lontano dai bordi del solenoide.

## Soluzioni

1. Quando i due corpi sono appesi alla molla, questa è allungata di $\Delta x_{max}$ che risolve

$$(m_1 + m_2)g = K\Delta x_{max} \ .$$

Quando solo il corpo di massa $m_1$ è appeso, il punto in cui la forza peso e la forza elastica si compensano (dando una risultante nulla) è in $\Delta x_0$ che risove

$$m_1 g = K\Delta x_0 \ .$$

Le oscillazioni avvengono quindi intorno al punto $\Delta x_0$ e la mezza oscillazione è pari a

$$\frac{\delta}{2} = \Delta_{max} - \Delta x_0 = \frac{m_2 g}{K} \implies K = \frac{2m_2 g}{\delta} = 392\, N/m \ .$$

La massima velocità si ha nel punto in cui la risultante delle forze si annulla (ossia dove la molla è allungata di $\Delta x_0$). Calcoliamo l'energia cinetica in quel punto usando il teorema dell'energia meccanica totale (lo zero dell'energia potenziale gravitazionale è nel punto di riposo della molla)

$$\frac{1}{2}K\Delta x_{max}^2 - m_1 g\Delta x_{max} = \frac{1}{2}K\Delta x_0^2 - m_1 g\Delta x_0 + \frac{1}{2}m_1 v_{max}^2 \implies v_{max} = \frac{m_2 g}{\sqrt{m_1 K}} = 0.99\, m/s \ .$$

2. Per ragioni di simmetria del circuito (basta vedere come è disegnato) si può dedurre che i punti B e D sono allo stesso potenziale, quindi lungo la resistenza che collega quei due nodi non scorre alcuna corrente ed il circuito è equivalente ad uno in cui la resistenza tra B e D è assente. Per tale circuito il calcolo della resistenza equivalente è immediato, perché si tratta di 3 rami in parallelo con resistenze $R$ (A-C), $2R$ (A-D-C) e $2R$ (A-B-C)

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R + 1/(2R) + 1/(2R)} = \frac{R}{2} = 500\, \Omega \ ,$$

da cui si ottiene una corrente di $16\, mA$.

Quando viene rimossa la resistenza tra B e C, la simmetria di cui sopra non vale piú, ma il circuito può essere semplificato con le regole di somma di resistenze in serie e parallelo

$$R_{AD} = \frac{1}{1/(2R) + 1/R} = \frac{2}{3}R \qquad R_{eq} = \frac{1}{1/R + 1/(R_{AD} + R)} = \frac{5}{8}R = 625\, \Omega \ ,$$

da cui si ottiene una corrente del 20% piú piccola pari a $12.8\, mA$.

3. Le particelle di carica negativa vengono accelerate dalla prima coppia di griglie (si muovono da potenziale piú basso a potenziale piú alto), ma poi vengono deflesse verso destra dal campo magnetico e si perdono nella parte alta del dispositivo. Consideriamo, quindi, solo particelle di carica positiva. Queste sono rallentate dalla prima coppia di griglie e riescono a raggiungere la parete solo se la loro energia cinetica iniziale è sufficientemente grande

$$\frac{1}{2}mv_1^2 > qf_1 \ ,$$

dove $m$ e $q$ sono rispettivamente massa e carica della particella e $v_1$ la sua velocità iniziale. Quelle con energia cinetica inferiore ritornano indietro dalla direzione opposta a quella di input.

Le particelle di elevata energia cinetica superano la parete e percorrono quindi una traiettoria circolare di raggio

$$R = \frac{mv_2}{qB} \ ,$$

dove $v_2$ è la velocità residua dopo il passaggio attraverso la prima coppia di griglie

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - qf_1 \ .$$

Le particelle per cui $R = d/2$ riescono ad entrare nel foro centrale (la parete orizzontale impedisce alle particelle di andare subito al foro inferiore). La seconda coppia di griglie decelera nuovamente tali particelle (in analogia con quando fatto dalla prima coppia di griglie), ma stavolta le particelle con energia cinetica troppo elevata superano la coppia di griglie ed escono dal dispositivo lungo una direzione non richiesta. Solo le particelle la cui energia cinetica soddisfa

$$\frac{1}{2}mv_2^2 < qf_2 \ ,$$

vengono rimandate indietro verso la parete con esattamente la stessa velocità con cui sono arrivate. Percorrono quindi una nuova traiettoria circolare identica alla precedente e passano per il foro inferiore, uscendo dal dispositivo lungo la direzione richiesta.

Le particelle che escono dalla direzione di output soddisfano quindi

$$0 < \frac{1}{2}mv_2^2 < qf_2 \implies 0 < v_2 < \frac{4f_2}{Bd} = 2\,10^6\,m/s \ ,$$

dove abbiamo usato $mv_2 = qBd/2$ per semplificare l'espressione.

4. Per risolvere l'esercizio è sufficiente fare la somma vettoriale di due campi magnetici. Quello generato dal solenoide è parallelo all'asse del solenoide e di intensità

$$B_s = \mu_0 \frac{N}{L} i = 4\pi\, 10^{-3}\, T \ ,$$

mentre quello generato dal filo è ortogonale all'asse del solenoide e di intensità pari a

$$B_f = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = 2\, 10^{-4}\, T \ .$$

Essendo il campo magnetico prodotto dal filo di intensità molto ridotta rispetto a quello prodotto dal solenoide ($B_f$ è circa l'1.6% di $B_s$) ci aspettiamo che il campo magnetico risultante (che è la somma dei due) sia molto simile a quello del solenoide. Il campo magnetico risultante è infatti di intensità pari a

$$B = \sqrt{B_s^2 + B_f^2} = 1.26\, 10^{-2}\, T \simeq B_s \ ,$$

e inclinato rispetto all'asse del solenoide solo di un'angolo pari a

$$\mathrm{atan}\left(\frac{B_f}{B_s}\right) = 0.0159\, rad \simeq 9^o \ .$$