



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Studio della sezione d'urto di diffusione dei neutrini τ su Argon

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea Magistrale in Fisica

Candidato

Fabrizio Chiriano

Matricola 1603067

Relatore

Prof. Omar Benhar Niccioli

Anno Accademico 2017/2018

Tesi non ancora discussa

Studio della sezione d'urto di diffusione dei neutrini τ su Argon

Tesi di Laurea Magistrale. Sapienza – Università di Roma

© 2018 Fabrizio Chiriano. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con L^AT_EX e la classe Saphesis.

Email dell'autore: chiriano.1603067@studenti.uniroma1.it

*Dedicato a chi troverà
interesse nel leggerla*

Indice

Introduzione	ix
Elenco delle figure	xi
1 Esperimenti precedenti e panoramica sull'esperimento DUNE	1
1.1 Esperimenti precedenti	1
1.2 L'esperimento DUNE	3
1.2.1 Struttura del sito <i>Near</i>	4
1.2.2 Struttura del sito <i>Far</i>	6
2 Sezione d'urto per l'interazione neutrino-nucleone	9
2.1 Espressione generale della sezione d'urto	9
2.2 Scattering Quasi-Elastico	14
2.3 Produzione di risonanze	17
2.3.1 Tensore adronico per risonanze a spin 1/2	18
2.3.2 Tensore adronico per risonanze a spin 3/2	19
2.4 Deep Inelastic Scattering	21
2.4.1 Parametrizzazione di Bodek e Ritchie	24
2.4.2 Parametrizzazione di Glück-Reya-Vogt	26
3 Sezione d'urto neutrino-nucleo	27
3.1 Sezione d'urto inclusiva	27
3.2 Approssimazione impulsiva e fattorizzazione	28
3.3 Funzione di Green e funzioni spettrali	32
3.4 Interazioni nello stato finale	34
4 Sezione d'urto Neutrino-Argon	35
4.1 Canale Quasi-Elastico	41
4.2 Canale di Produzione di Risonanze	47
4.3 Canale Profondamente Inelastico	50
Conclusioni	53
A Tensore Leptonico	55
A.1 Studio del tensore leptonico	55
B Effetto di F_p nella diffusione di neutrini τ	59

C	Tensore adronico nel caso della produzione di risonanze	63
C.1	Tensore adronico per la risonanza $\Delta(1232)$	63
	Bibliografia	67

Introduzione

La fisica dei neutrini ha subito un rapido sviluppo, negli ultimi venti anni, in seguito alla rilevazione dei processi di oscillazione dei neutrini atmosferici e di quelli solari. Seppur il flavour mixing sia stato ipotizzato circa 50 anni fa [1, 2], solamente da circa venti anni la tecnologia ha permesso la costruzione di esperimenti che validassero tali ipotesi attraverso la rivelazione dei processi di oscillazione.

La teoria che descrive il processo di oscillazione di neutrini è basata sull'ipotesi che i tre neutrini ν_e , ν_μ e ν_τ —che secondo il modello standard hanno massa nulla—siano sovrapposizioni di tre stati ν_1 , ν_2 e ν_3 , con massa m_1 , m_2 ed m_3 . I dati sperimentali disponibili forniscono i valori degli angoli che parametrizzano il mescolamento dei neutrini e delle differenze del quadrato delle loro masse sia nel caso di neutrini solari, $|\Delta m_{SOL}^2| \approx 8.2 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, che in quello di neutrini atmosferici $|\Delta m_{atm}^2| \approx 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$.

La tabella 0.1 riassume i principali risultati sperimentali disponibili [3]. I dati riportati fanno riferimento alla gerarchia normale delle masse (NH) $m_1 < m_2 < m_3$ oppure alla gerarchia inversa delle masse (IH) $m_3 < m_1 < m_2$. Nel caso di gerarchia normale, il parametro Δm^2 è definito come $\Delta m^2 = m_3^2 - (m_1^2 + m_2^2)/2$ da cui si ha che $\Delta m^2 = \Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2/2 > 0$; nel caso di gerarchia inversa si ha invece che $\Delta m^2 = \Delta m_{31}^2 + \Delta m_{21}^2/2 < 0$. I parametri δ —la fase che misura la violazione di CP nel settore leptonic—e θ_{13} sono quelli affetti da maggior errore.

Parametro	Best Fit	3σ
$\delta m^2 [10^{-5} \text{eV}^2]$ (NH e IH)	7.37	6.93 – 7.97
$ \Delta m^2 [10^{-3} \text{eV}^2]$ (NH)	2.56	2.37-2.63
$ \Delta m^2 [10^{-3} \text{eV}^2]$ (IH)	2.46	2.33-2.60
$\sin\theta_{12}$ (NH e IH)	0.297	0.250-0.354
$\sin\theta_{23}$ (NH)	0.437	0.379-0.637
$\sin\theta_{23}$ (IH)	0.569	0.383-0.637
$\sin\theta_{13}$ (NH)	0.0214	0.0185-0.0246
$\sin\theta_{13}$ (IH)	0.0218	0.0186-0.0248
δ/π (NH)	1.35	0.92-1.99
δ/π (IH)	1.32	0.83-1.99

Tabella 0.1. Differenze tra i quadrati delle masse e angoli di mescolamento ottenuti dalle misure di oscillazioni dei neutrini [3].

La loro determinazione, insieme alla determinazione della gerarchia delle masse, rappresenta il principale obiettivo degli esperimenti futuri, tra i quali il Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE) negli USA [4], il Long Baseline Neutrino Observatory Demonstration experiment in Europa [5] e Hyper-Kamiokande in Giappone [6].

Per poter raggiungere una statistica accettabile, questi esperimenti utilizzeranno grandi rivelatori, nei quali i neutrini interagiscono con nuclei di elementi pesanti. Per esempio, il far detector di DUNE sarà composto da quattro camere modulari—chiamate Time-Projection Chamber, o LArTPC—alte 12 m, larghe 14.5 m e lunghe 58 m, che conterranno 10 kt di Argon liquido ognuna, per un totale di almeno 40kt di volume attivo [7]. Ciò implica che per effettuare misure di alta precisione è necessario disporre di una descrizione accurata delle interazioni neutrino-argon in una regione cinematica molto estesa.

La risposta dei nuclei atomici alle interazioni elettrodeboli è stata studiata estensivamente utilizzando fasci di leptoni carichi, soprattutto elettroni, e una grande varietà di bersagli. I risultati di questi studi hanno mostrato che, al variare del regime cinematico, meccanismi di reazione diversi—come la diffusione elastica su un singolo nucleone, l'eccitazione di risonanze barioniche o la diffusione profondamente inelastica—contribuiscono alla sezione d'urto osservata, rendendo problematica l'interpretazione dei dati. Nel caso dei neutrini le difficoltà sono ancora maggiori, poichè l'energia delle particelle incidenti è distribuita secondo un ampio flusso.

L'incertezza nella descrizione teorica della sezione d'urto neutrino-nucleo è una delle principali cause di errore sistematico, e lo sviluppo di modelli più avanzati, rispetto a quelli comunemente utilizzati nei generatori di eventi per l'analisi dei dati, è unanimemente considerato una priorità per gli esperimenti futuri.

In questa Tesi si descrive il calcolo della sezione d'urto neutrino-argon nella regione cinematica rilevante per l'esperimento DUNE. In tale esperimento, il flusso dei neutrini incidenti ha un massimo per valori dell'energia $E_\nu \sim 2.5$ GeV, e si estende fino a valori maggiori di ~ 30 GeV. Di conseguenza è necessario saper descrivere sia la diffusione profondamente inelastica, che fornisce il contributo dominante con circa il 60% degli eventi, sia della produzione di risonanze e della diffusione elastica, responsabili, rispettivamente, del 35% e del 5% degli eventi. È stato analizzato sia il caso dei neutrini muonici che quello dei neutrini τ , la cui comparsa potrebbe essere osservata nel far detector di DUNE [7].

Il problema principale da affrontare è saper descrivere in modo accurato sia lo stato fondamentale del nucleo bersaglio, in questo caso l'argon, che gli stati finali adronici prodotti dall'interazione con i neutrini, che non possono essere trattati in approssimazione non relativistica. A questo scopo è stato utilizzato l'approccio basato sull'approssimazione impulsiva, applicabile nella regione cinematica corrispondente a grande momento trasferito, che permette di fattorizzare le ampiezze di diffusione. In queste condizioni la sezione d'urto nucleare si riduce alla somma incoerente di sezioni d'urto elementari neutrino-nucleone, e può essere calcolata utilizzando il formalismo delle funzioni spettrali.

L'uso di funzioni spettrali ottenute dalla teoria a multi-corpi nucleare, usando modelli realistici della dinamica microscopica, permette di tenere conto sia del campo medio generata dalla struttura a shell nucleare che delle correlazioni tra nucleoni, fondamentali per la determinazione delle sezioni d'urto.

La Tesi è strutturata come segue.

Nel Capitolo 1 vengono introdotti i contributi degli esperimenti che fino ad oggi hanno maggiormente stimolato lo sviluppo dei modelli teorici attraverso i loro risultati. Tra questi vengono citati l'esperimento MiniBooNE, che mise luce sulle limitazioni teoriche dovute all'utilizzo del Relativistic Fermi Gas (RFG) model, l'esperimento NOMAD, in Giappone il Super-Kamiokande che tra i primi riuscì ad ottenere completo accordo tra i dati sperimentali e le previsioni teoriche, se in queste ultime vi si includevano i processi di oscillazioni, ed altri ancora. Si passa successivamente ad una panoramica generale dell'esperimento DUNE e delle sue caratteristiche, riassumendo il programma ed i suoi obiettivi, la struttura dell'esperimento e le peculiarità del Near e Far Detector.

Nel Capitolo 2 si analizza la sezione d'urto elementare neutrino-nucleone, essenziale per lo studio dell'interazione ν -nucleo, nei tre principali regimi energetici, mostrando i formalismi utilizzati e le approssimazioni operate attraverso le quali viene sviluppato il modello teorico. Particolare attenzione viene posta al fattore di forma pseudoscalare F_P e al suo contributo per i neutrini τ .

Nel Capitolo 3 viene ricavata la sezione d'urto con la quale saranno ricavati i risultati mostrati nei successivo Capitolo 4. La descrizione dell'approssimazione impulsiva e del formalismo delle funzioni spettrali permetteranno di capire come viene descritto il sistema nucleare e come la sua dinamica viene studiata ai fini di una previsione teorica accurata.

I risultati dei calcoli numerici—che includono le sezioni d'urto doppiamente differenziali, le distribuzioni in Q^2 e le sezioni d'urto totali nei tre canali rilevanti, sia per neutrini muonici che per neutrini τ —vengono infine presentati e commentati nel Capitolo 4.

La Tesi si conclude con un sommario dei principali risultati ottenuti e delle prospettive per sviluppi futuri del progetto.

Elenco delle figure

1.1	<i>Rappresentazione del sito Near. Immagine presa dalla Ref [28]</i>	5
1.2	<i>Rappresentazione del sito Far. Immagine presa dalla Ref [28]</i>	6
2.1	<i>Dipendenza dall'energia della sezione d'urto di diffusione di neutrini muonici su un nucleone isoscalare, divisa per l'energia del neutrino. Le curve rappresentano il contributo della diffusione quasi elastica (QE), della produzione di risonanze (RES), della diffusione profondamente inelastica (DIS) e la sezione d'urto totale (TOTAL) [29].</i>	10
3.1	<i>Rappresentazione schematica dell'impulse approximation in cui la sezione d'urto nucleare viene riscritta come somma delle sezioni d'urto che coinvolgono un singolo nucleone, con il sistema residuo che svolge il ruolo di spettatore.</i>	29
4.1	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ nel canale quasi-elastico, per ν_τ con $E_\nu = 10\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto doppiamente differenziale parametrizzata con la BBBA, la linea verde con il Kelly fit, la linea blu con la parametrizzazione dipolo.</i>	37
4.2	<i>Stesso caso della 4.1 ma con $E_\nu = 40\text{Gev}$.</i>	37
4.3	<i>Sezione d'urto doppiamente differenziale nel canale di produzione di risonanze, per ν_τ con $E_\nu = 10\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. Le tre parametrizzazioni coincidono perfettamente.</i>	37
4.4	<i>Sezione d'urto doppiamente differenziale nel canale profondamente inelastico, per ν_τ con $E_\nu = 10\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. Le tre parametrizzazioni coincidono perfettamente.</i>	38
4.5	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ a $E_\nu = 5\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il canale RES e la blu il DIS.</i>	38
4.6	<i>Sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_τ con $E_\nu = 10\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il RES e la linea blu il DIS.</i>	39
4.7	<i>Sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_τ con $E_\nu = 20\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il RES e la linea blu il DIS.</i>	39
4.8	<i>Sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_μ con $E_\nu = 10\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il RES e la linea blu il DIS.</i>	39
4.9	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ a $E_\nu = 7\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il canale RES e la blu il DIS.</i>	40

4.10	<i>Sezione d'urto totale sull'energia E_ν per ν_τ a $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa a puntini rappresenta il canale QE, la linea celeste a tratti e punti il RES, la viola tratteggiata il DIS e la blu continua la sezione d'urto totale sommata nei tre canali.</i>	41
4.11	<i>Sezione d'urto totale sull'energia E_ν per $\theta_l = 30^\circ$. La linea blu rappresenta σ/E_ν per neutrini τ, mentre la viola per i neutrini μ.</i>	41
4.12	<i>Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita ω nel canale quasi-elastico ad $E_\nu = 5\text{Gev}$ e $\theta_\nu = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta la funzione per neutrini τ mentre la linea verde per neutrini μ.</i>	42
4.13	<i>Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita ω nel canale quasi-elastico ad $E_\nu = 40\text{Gev}$ e $\theta_\nu = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta $d\sigma/d\omega$ per neutrini τ mentre la linea verde per neutrini μ.</i>	42
4.14	<i>Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita ω nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 5\text{Gev}$ e $\theta_\nu = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta $d\sigma/d\omega$ con $F_p \neq 0$ e la linea verde rappresenta la stessa funzione per $F_p = 0$.</i>	43
4.15	<i>Sezione d'urto differenziale nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 20\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale con $F_p \neq 0$ mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per $F_p = 0$.</i>	44
4.16	<i>Stesso caso della 4.15 ma con $E_\nu = 40\text{Gev}$.</i>	44
4.17	<i>$d\sigma/dQ^2$ per ν_τ con $E_\nu = 20\text{Gev}$ a $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta la distribuzione in Q^2 per l'Argon, la verde per il Carbonio. Si ricorda che il numero di massa atomica per il carbonio è $A = 12$, mentre per l'argon è $A = 40$.</i>	45
4.18	<i>Sezione d'urto differenziale nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 5\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale per l'Argon mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per il Carbonio, normalizzate al numero di neutroni N.</i>	46
4.19	<i>Sezione d'urto differenziale nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 10\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale per l'Argon mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per il Carbonio, normalizzate al numero di neutroni N.</i>	46
4.20	<i>Sezione d'urto integrata nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 40\text{Gev}$ nel caso di $F_p \neq 0$ (linea rossa) ed $F_p = 0$ (linea blu).</i>	47
4.21	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_μ. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il canale RES e la blu il DIS.</i>	48
4.22	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_μ. La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$.</i>	48
4.23	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_τ. La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$.</i>	48
4.24	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_τ a $E_\nu = 10\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$. La funzione è normalizzata al numero N di neutroni.</i>	49
4.25	<i>$d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_τ a $E_\nu = 15\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$. La funzione è normalizzata al numero N di neutroni.</i>	49
4.26	<i>$d\sigma/dQ^2$ ad $E_\nu = 10\text{Gev}$ nel caso dell'Argon. La linea rossa rappresenta la distribuzione in Q^2 per neutrini τ, mentre la verde per neutrini μ.</i>	50

4.27	<i>Distribuzione in Q^2 della sezione d'urto. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale per ν_τ mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per ν_μ. Si noti che l'asse x è in scala logaritmica. . . .</i>	50
4.28	<i>Confronto Argon-Carbonio per la distribuzione in Q^2 nel canale profondamente inelastico. La linea rossa rappresenta $d\sigma/dQ^2$ per l'Argon, mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per il Carbonio. . . .</i>	51
B.1	<i>Sezione d'urto differenziale $d\sigma/dQ^2$ per la produzione di τ^- (sinistra) e τ^+ (destra) in regime quasi-elastico ad $E_\nu = 5\text{Gev}$. Le elicità sono definite nel sistema di riferimento del centro di massa. Immagine presa dalla Ref [52].</i>	60
B.2	<i>Dipendenza della sezione d'urto (sopra) e del rapporto delle sezioni d'urto per la produzione di τ spin-flipped (sotto) da Q^2, per τ^- (sinistra) e τ^+ (destra), in regime di produzione di risonanze, con $E_\nu = 5\text{Gev}$. Immagine presa dalla Ref [52].</i>	61

Capitolo 1

Esperimenti precedenti e panoramica sull'esperimento DUNE

1.1 Esperimenti precedenti

Una delle prime evidenze sperimentali dell'oscillazione di neutrini è stata data dall'esperimento Super-Kamioka Neutrino Detection Experiment I [8], in funzione dall'aprile del 1996 fino a luglio 2001 sotto il monte Ikeno in Giappone. Attraverso l'analisi dei dati raccolti in seguito all'esposizione del detector Super-Kamiokande ai neutrini atmosferici per un periodo di circa 535 giorni, si è notata una forte discrepanza tra dati sperimentali e previsioni teoriche sia nella distribuzione angolare dei neutrini ν_μ che nel rapporto tra i flussi relativi di ν_μ e ν_e . L'importanza di questo esperimento è dovuta maggiormente al fatto che né le incertezze sulle misure effettuate, né le incertezze sulla differente sezione d'urto di ν_μ e ν_e , né i biases sperimentali sono stati sufficienti a spiegare questa importante difformità. Si è invece giunti all'accordo tra dati sperimentali e modello predittivo aggiungendo a quest'ultimo la possibilità di oscillazione dei neutrini. Tale modifica ha portato inoltre a concludere, con un *confidence level*¹ del 90%, che il processo di oscillazione dominante fosse $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_\tau$, mentre il processo $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_e$ fosse del tutto trascurabile [8].

Contemporaneamente in Europa partiva l'esperimento Neutrino Oscillation Magnetic Detector WA96 [10], o NOMAD, di base al CERN di Ginevra e che rimase in funzione dal 1995 al 1998. Se l'esperimento Super-Kamiokande si basava sull'esposizione del detector ai neutrini atmosferici, NOMAD utilizzava un fascio di neutrini prodotto attraverso l'urto di un fascio di protoni accelerato su un target fisso di berillio. Il principale obiettivo dell'esperimento era l'osservazione del processo di oscillazione $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_\tau$ nel range di massa $1 - 10eV$ per i ν_τ . L'esperimento era motivato dall'argomentazione secondo il quale, grazie al range di massa previsto per ν_τ , questo potesse rappresentare il principale componente della materia oscura

¹Il CL rappresenta un metodo statistico per impostare limiti superiori sui parametri del modello, una particolare forma di stima dell'intervallo utilizzata per i parametri che possono assumere solo valori non negativi [9].

[10]. La rilevazione si basava sulla misura della traccia del leptone corrispondente al neutrino coinvolto e quindi sulla misura della traccia del leptone τ , dato il processo $\nu_\tau + N \longleftrightarrow \tau + X$. Sfortunatamente l'esperimento non osservò alcun processo di oscillazione $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_\tau$ ed il calcolo delle masse dei neutrini attraverso esperimenti ancillari rese evidente come i neutrini non possano costituire il principale ingrediente della materia oscura. Tuttavia, seppur non raggiungendo il principale obiettivo, la collaborazione NOMAD riuscì a porre importanti limiti superiori ed inferiori ai parametri principali con i quali vengono descritti i processi di oscillazione [10] e si riuscì a calcolare con particolare precisione la sezione d'urto inclusiva in corrente carica neutrino-nucleone per i ν_μ nel range di energia $2.5 \leq E_\nu \leq 40\text{Gev}$ [11].

Conseguentemente nel 2002 in America, al Fermilab, partì un importante esperimento d'osservazione di oscillazioni di neutrini, Mini Booster Neutrino Experiment o MiniBooNe [12], basato anch'esso sull'utilizzo di un fascio accelerato di protoni che, urtando su di un target fisso di berillio, generava un fascio di neutrini. L'esperimento fu motivato dai risultati del precedente LSND, o Liquid Scintillator Neutrino Detector, che aveva mostrato prove del processo $\bar{\nu}_\mu \longleftrightarrow \bar{\nu}_e$ per $\Delta m^2 \sim 1\text{eV}^2$ [13]. MiniBooNe studiava le interazioni Charge Current (CC) nel canale quasi elastico (QE) per cercare presenza di neutrini elettronici in fasci di neutrini muonici [14]. L'esperimento rilevò il più grande campione di eventi, per quegli anni, nel canale CCQE, di neutrini muonici a bassa energia. Il modello teorico utilizzato per descrivere la risposta nucleare era il Relativistic Fermi Gas model (RFG), poiché aveva il vantaggio di poter estrapolare molti dei suoi parametri da dati sperimentali già esistenti. Si evinse tuttavia che l'RFG, utilizzando come valore per la massa assiale $M_A = 1.03\text{ GeV}$, valore comunemente riconosciuto come esatto, generava molteplici discrepanze con i dati sperimentali. Per non apportare cambiamenti drastici al modello utilizzato per il calcolo della sezione d'urto, si decise di lasciare anche M_A e κ^2 come parametri liberi. Attraverso un fit dei dati si ricavarono i valori dei due parametri indipendenti, che risultarono $M_A = 1.23 \pm 0.20\text{ GeV}$ e $\kappa = 1.019 \pm 0.011$ [14]. Ne conseguì dunque un valore molto maggiore della massa assiale rispetto a quello comunemente riconosciuto $M_A = 1.026 \pm 0.021\text{ GeV}$, il che portò a pensare che quel valore non dovesse essere associato tanto alla sola massa assiale, quanto ad un parametro effettivo che avrebbe potuto incorporare effetti nucleari non inclusi nel modello RFG e che fu chiamato massa assiale effettiva M_A^{eff} . Successivamente si propose come spiegazione allo strano valore misurato di M_A^{eff} l'inaspettata distribuzione dei dati sperimentali in funzione di Q^2 , che presentava un significativo eccesso di eventi a grandi valori di Q^2 , ed un valore molto maggiore rispetto alle aspettative della sezione d'urto. Fu allora effettuata una nuova analisi dati e dalla distribuzione di Q^2 fu estrapolato un nuovo valore della massa assiale pari a $M_A^{eff} = 1.35 \pm 0.17\text{ GeV}$ [15]. Si arrivò dunque alla conclusione che queste divergenze fossero dovute a contributi significativi, ma trascurati, del meccanismo di scattering su nucleo nel canale QE, come processi a multi-nucleoni³. Tali contributi avrebbero potuto spiegare le numerose differenze tra i risultati di MiniBooNe e NOMAD [15].

Tra gli esperimenti contemporanei a quelli appena citati, estremamente importanti per il loro contributo, si annoverano Main Injector neutrino oscillation search

²Parametro legato al Pauli blocking.

³Si rimanda alla *Sezione 3.4*

[16], o MINOS, al Fermilab, il cui primo start si ebbe nel 2005 ed il secondo nel 2013 in seguito ad un upgrade; l'esperimento Tokai to Kamioka [17], o T2K, il cui primo start si ebbe nel 2010, con interruzioni per upgrade e tutt'ora in funzione; la collaborazione Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus [18], o OPERA, che prese dati dal 2008 al 2012 tra il CERN di Ginevra ed i LNGS al Gran Sasso. Il maggior contributo di MINOS è dato dalla misurazione dei parametri di oscillazione $|\Delta m_{23}^2|$, $\sin^2(2\theta_{23})$ con un *confidence level* del 90% [19] e $\sin^2(2\theta_{13})$ [20]. La misurazione dei parametri di oscillazione fu il principale obiettivo anche dell'esperimento T2K che misurò per primo con grande precisione il $\sin^2(2\theta_{23})$ a basse energie [21]; i parametri $|\Delta m_{23}^2|$, $\sin^2(2\theta_{23})$ vennero nuovamente misurati ed aggiornati nel 2017 alzando il *confidence level* dei dati [22].

Grande considerazione va infine data all'esperimento OPERA. Questo si pone tra gli esperimenti detti **Long-Baseline**, cioè caratterizzati dal rapporto $L/E_\nu \sim 10^3 \text{km/GeV}$, dove L è la distanza tra la sorgente del fascio di neutrini ed il detector ed E_ν l'energia media del fascio di neutrini. Nel caso di OPERA tale rapporto era $\sim 43 \text{km/GeV}$. L'esperimento aveva come principale obiettivo la prima diretta rivelazione del processo di oscillazione di neutrini $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_\tau$ nella *modalità di apparizione*, cioè la rivelazione di tracce di decadimento del leptone τ in un fascio di neutrini μ . La principale difficoltà era dovuta alla sua breve vita media del τ ($c\tau = 87.11 \mu\text{m}$). Il fascio di neutrini utilizzato nell'esperimento fu studiato in maniera tale da ottimizzare la probabilità che l'evento ricercato avesse luogo, massimizzando il numero di interazioni CC del ν_τ al LNGS. L'energia media del fascio di neutrini all'LNGS era $E_\nu \sim 17 \text{GeV}$ e ci si attendeva di misurare 95 interazioni CC di neutrini τ . Di tali eventi l'aspettativa era di poter osservare 10-15 segnali dovuti al leptone τ [23]. Fino al 2014 il numero di eventi identificati era quattro, leggermente sotto le aspettative. Nel 2015 fu identificato un ulteriore evento [24] ed il 22 maggio 2018, dopo ulteriori tre anni di analisi furono identificati altri cinque eventi [25] così da arrivare a dieci eventi osservati, in completo accordo con le aspettative. Degli eventi misurati sei corrispondono al decadimento $\tau \rightarrow 1h$, tre nel canale $\tau \rightarrow 3h$ ed uno $\tau \rightarrow \mu$. Non sono stati osservati segnali di decadimento $\tau \rightarrow e$. Il segnale di neutrini τ nel fascio di neutrini muonici risultò proporzionale alla sezione d'urto dei ν_τ . Tenendo allora fissi i parametri di oscillazione questa risultò $\langle \sigma \rangle_{meas} = (5.1_{-2.0}^{+2.4}) \times 10^{-36} \text{cm}^2$, con un'errore dominato dall'incertezza statistica. Tale misura della sezione d'urto CC per i ν_τ è la prima in cui è trascurabile la contaminazione dei $\bar{\nu}_\tau$ [25].

1.2 L'esperimento DUNE

Il Deep Underground Neutrino Experiment al Long-Baseline Neutrino Facility (DUNE/LBNF) fa parte sia degli esperimenti long-baseline sia degli esperimenti short-baseline. Ciò è dovuto all'utilizzo di due detector, il Near Detector al Fermilab ed il Far Detector, a 1300km di distanza dalla sorgente del fascio di neutrini, nel Sanford Underground Research Facility (SURF) in South Dakota. La motivazione principale che spinse la costruzione di un esperimento dotato di infrastruttura così imponente si trova nel report del Particle Physics Project Prioritization Panel (P5) [26] del 2014 e nelle raccomandazioni del CERN European Strategy for Particle Physics (ESPP) [27] del 2013, nei quali si sottolineava come obiettivo prioritario

l'avvio di un progetto che avrebbe portato alla costruzione di un Long-Baseline experiment che soddisfacesse le richieste esposte nei due report: capacità di raggiungere un'esposizione di almeno $120kt \cdot MW \cdot year$ entro il termine di 2035; utilizzo di un detector situato nel sottosuolo con un volume di almeno $40kt \cdot LAr$ (liquid Argon); un fascio principale di almeno 1.2 MW potenziabile fino a multi-megawatt di potenza; capacità di rilevare segnali dovuti al collasso di una supernova e decadimenti di protoni con una sensibilità migliore degli esperimenti precedenti; aumentare la sensibilità alla violazione di CP e quindi una miglior stima della fase δ_{CP} [26, 7].

Data la complessità dell'esperimento e la sua particolare architettura, l'esperimento DUNE si presta alla ricerca di più di un obiettivo. Questi traguardi vengono categorizzati nel *progetto scientifico primario*, collegato alle questioni aperte dai report P5 ed ESPP; nel *progetto scientifico ancillario*, di alta priorità; negli *obiettivi scientifici addizionali*, con priorità minore dovuta alla necessità di porre alcune modifiche alla strumentazione per la loro ricerca [28]. Il *progetto scientifico primario* è composto di tre obiettivi: la precisa misurazione dei parametri che descrivono i processi di oscillazione tra neutrini (antineutrini) μ ed e , quindi la misura di δ_{CP} , il cui valore diverso da 0 e π proverebbe violazione di CP nel sottore leptonic, la determinazione dell'ordinamento in massa dei neutrini e test di precisione del paradigma dell'oscillazione dei neutrini tra i tre flavour attraverso lo studio della scomparsa di neutrini muonici nei fasci di ν_μ , la comparsa di neutrini elettronici nei fasci di $\bar{\nu}_\mu$, la valutazione dell'angolo di mixing θ_{23} ; la ricerca del decadimento dei protoni in diversi canali, come ad esempio $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$; la rilevazione e misura del flusso di ν_e dal collasso di una supernova.

Il *progetto scientifico ancillario* prevede il raggiungimento di quattro obiettivi: l'osservazione delle transizioni di flavour di neutrini accelerati attraverso canali oltre il Modello Standard come interazioni *non-standard* (NSIs), la ricerca del neutrino sterile e la misura dell'apparizione del neutrino tau; la rilevazione e valutazione del processo di oscillazione di neutrini atmosferici; un particolareggiato programma scientifico che indaghi la fisica dei neutrini con l'utilizzo del Near Detector, cioè un'ampia gamma di misurazioni delle sezioni d'urto dei neutrini, studio di effetti nucleari nelle interazioni neutrino-materia, misure che descrivano la struttura dei nucleoni e la valutazione del $\sin^2 \theta_w$; la ricerca di segnali riconducibili alla materia oscura.

Infine tra gli *obiettivi scientifici addizionali* si hanno l'osservazione del fenomeno di oscillazione di neutrini solari, la rilevazione e misurazione del flusso diffuso di neutrini provenienti da una supernova e l'analisi dei neutrini provenienti da fonti astrofisiche all'energia dei raggi gamma.

1.2.1 Struttura del sito *Near*

Il *Near Site* è il sito posto al Fermilab che andrà ad ospitare il beamline ed il Near Detector di DUNE. Il beamline è progettato appositamente per produrre un fascio di neutrini che abbia il giusto range di energia per poter studiare gli obiettivi dell'esperimento. Tale beamline verrà collegato al Main Injector (MI), con il quale si produce il fascio di protoni che, sparati contro un apposito target, produrrà particelle che decadendo (e.g., $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$) andranno a produrre il fascio di neutrini

che verrà rilevato nel Far Detector. Le altre particelle, prodotti dei decadimenti di pioni e kaoni, vengono rimosse dal fascio utilizzando degli assorbitori.

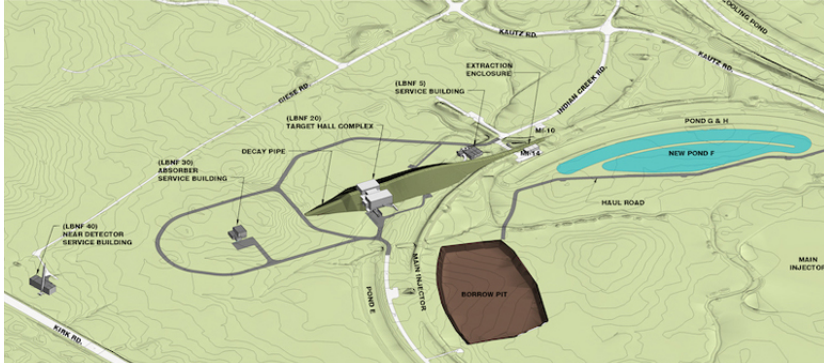


Figura (1.1). *Rappresentazione del sito Near. Immagine presa dalla Ref [28]*

L'esperimento DUNE è pensato per operare all'incirca venti anni e ciò fa sì che il range di energia del fascio di neutrini sia modificabile, in maniera da poter rispondere alle ulteriori domande che potranno sorgere in questi venti anni nella fisica dei neutrini. Come suddetto il fascio di neutrini verrà prodotto in una beamline che sarà costruita seguendo alcune richieste. Lo spettro dei neutrini prodotti nella beamline dovrà coprire i primi due picchi in cui, per neutrini atmosferici, è massima la probabilità che abbiano luogo processi di oscillazione. Per una baseline lunga 1300km tali picchi si presentano rispettivamente a 0.8 e 2.4Gev. Il fascio di neutrini verrà prodotto inoltre in maniera da rivelare un adeguato numero di ν_e con energia sufficiente da permettere di determinare la gerarchia di massa, la fase di CP ed il valore dell'angolo di mixing θ_{13} senza ambiguità. Un'ulteriore richiesta è che il flusso di neutrini sia caratterizzato da un'altissima purezza, cioè che nel fascio di neutrini sia presente il minor numero possibile di antineutrini e viceversa. Mano mano che l'energia del flusso di neutrini viene aumentata, degli accorgimenti verranno presi così da mantenere altro il rapporto segnale-background; ciò permetterà di ottenere il massimo numero di segnali di interazioni Charged-Current.

Come detto in precedenza il fascio di neutrini è a sua volta prodotto tramite un fascio di protoni che viene fatto urtare su un target fisso. Il range di energia disponibile per il fascio di protoni va da 0 a 150Gev; energie intorno ai 60Gev sono ottime per misure simultanee di violazione di CP e determinazione di *mass hierarchy*, mentre energie maggiori permettono lo studio di fisica dei neutrini oltre i 3 flavour e consentono di misurare segnali dovuti a neutrini tau.

Anche il Near Detector verrà costruito a partire da richieste scientifiche appositamente formulate per raggiungere gli obiettivi tragaradati. Lo scopo principale del ND è quello di misurare in maniera estremamente precisa il background degli eventi che andranno sottratti alle misurazioni effettuate con il Far Detector. Il Near Detector dovrà quindi essere capace di effettuare misurazioni con precisione tale da rendere l'errore sistematico minore di quello statistico sulle misure che verranno

effettuate dal FD. Inoltre deve essere in grado di misurare separatamente lo spettro dei neutrini ed antineutrini muonici e contaminazioni di neutrini ed antineutrini elettronici, così da rendere le misure sulla simmetria CP più precise possibili. Per quanto riguarda invece la probabilità degli eventi il Near Detector dovrà misurare la sezione d'urto CC e NC, come funzione dell'energia, in maniera separata e misurare la sezione d'urto dei neutrini su diversi target, come l'Argon, l'Idrogeno, il Ferro, il Calcio ed il Carbonio.

1.2.2 Struttura del sito *Far*

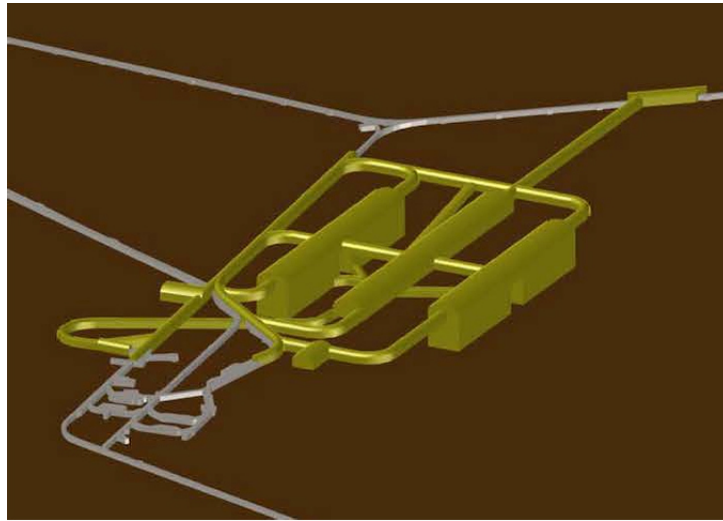


Figura (1.2). *Rappresentazione del sito Far. Immagine presa dalla Ref [28]*

Il sito *Far* al SURF ospiterà le strutture convenzionali e criogeniche che permetteranno di utilizzare nelle condizioni ottimali il Far Detector. Questo sarà composto da quattro moduli con massa fiduciale ognuno di 10 kt e verranno ospitati in due camere separate ma identiche, il cui design è studiato per ottimizzare l'efficienza del detector. I moduli saranno riempiti di Argon liquido e costruiti in maniera da fornire ottime prestazioni di tracciamento e calorimetria, cosa estremamente importante per conseguire gli obiettivi traggurati per DUNE. Tale tecnologia infatti permette di avere un'elevata efficienza del segnale e un'efficace discriminazione del background, un'eccellente capacità di identificare e misurare con precisione gli eventi di neutrini su un'ampia gamma di energie e un'eccellente ricostruzione delle proprietà cinematiche ad alta risoluzione [28]. La scelta dell'Argon, e più precisamente $^{40}_{18}\text{Ar}$, è dovuta all'altissima sensibilità alla componente ν_e del flusso di neutrini provenienti dal collasso di una supernova, attraverso l'assorbimento dei prodotti dell'interazione $\nu_e \text{}^{40}\text{Ar} \rightarrow e^{-} \text{}^{40}\text{K}^*$. Le proprietà nucleari dell'Argon permettono inoltre di raggiungere livelli maggiori di sensibilità nella rilevazione dei processi di oscillazioni di neutrini τ rispetto alle sostanze più comunemente utilizzate (C,H,Ca...) [28]. La rilevazione di questi due tipi di eventi va a costituire i 2/3 degli obiettivi

considerati prioritari per DUNE. Risulta dunque immediato il motivo per il quale si è optato per l'Argon.

L' $^{40}_{18}\text{Ar}$ contenuto nel detector sarà mantenuto allo stato liquido da quattro criostati, che provvederanno anche a mantenere la sostanza a temperatura costante ed a purificarla attraverso quello che viene chiamato sistema criogenico. Il sito *Far* verrà posta a 1478m sotto il livello del mare.

Così come il Near Detector, anche il Far è stato concepito per soddisfare le richieste scientifiche descritte dal report P5[26] e da quello dell'ESPP[27]. Una prima richiesta è la capacità di discriminare eventi CC dovuti a neutrini ed antineutrini elettronici, così da permettere misure di precisione sui parametri che descrivono il processo $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$. Chiaramente dovrà quindi anche saper identificare gli eventi CC dei neutrini ed antineutrini muonici e saper tracciare i muoni prodotti nel vertice principale dell'evento. Deve anche saper valutare l'energia totale del dato processo. La distanza tra il ND ed il FD è stata calcolata in maniera tale che la conversione dei neutrini da muonici ad elettronici dovuta alla gerarchia di massa sia completamente separata da quella dovuta alla violazione di CP, portando dunque a calcolare univocamente la fase di CP. Infine il Far Detector deve rilevare un numero sufficiente di eventi che coinvolgano neutrini elettronici ed eventi che coinvolgano antineutrini elettronici, compresi gli eventi che vanno a formare il background, così da permettere la misura della fase di CP al massimo della violazione, con uno scarto maggiore di 3σ .

Capitolo 2

Sezione d'urto per l'interazione neutrino-nucleone

2.1 Espressione generale della sezione d'urto

La descrizione della sezione d'urto del processo di diffusione neutrino-nucleone è basata sul formalismo della matrice S . In questo capitolo l'applicazione di tale formalismo verrà discussa in dettaglio, passando in rassegna i diversi meccanismi che contribuiscono al processo in base al corrispondente regime cinematico. Lo studio verrà portato avanti partendo dall'espressione della sezione d'urto come contrazione del tensore leptónico e del tensore adronico—che contiene tutte le informazioni sulla struttura del nucleone—e analizzando le funzioni di struttura nei tre canali di reazione dominanti: diffusione quasi elastica (QE), produzione di risonanze (RES), e diffusione profondamente inelastica (DIS).

Si consideri il processo di diffusione neutrino-nucleone associato ad un'interazione mediata dalla corrente debole carica

$$\nu_\ell(k) + N(p) \rightarrow \ell(k') + X(p') , \quad (2.1.1)$$

dove $k = (E_\nu, \mathbf{k})$, $p = (E_p, \mathbf{p})$, $k' = (E_\ell, \mathbf{k}')$ e $p' = (E_{p'}, \mathbf{p}')$ sono i quadrimpulsi, rispettivamente, del neutrino incidente, del nucleone bersaglio, del leptone carico prodotto e del restante prodotto dell'interazione, differente a seconda del regime cinematico preso in esame: un nucleone nel regime QE, una risonanza nel RES o un jet di partoni nel DIS.

Per evidenziare in maniera migliore il contributo dei tre canali, e quindi la necessità di un differente formalismo che si adatti all'energia in considerazione, viene di seguito mostrata la dipendenza della sezione d'urto totale dall'energia del fascio incidente, suddivisa nei tre canali energetici, per neutrini μ

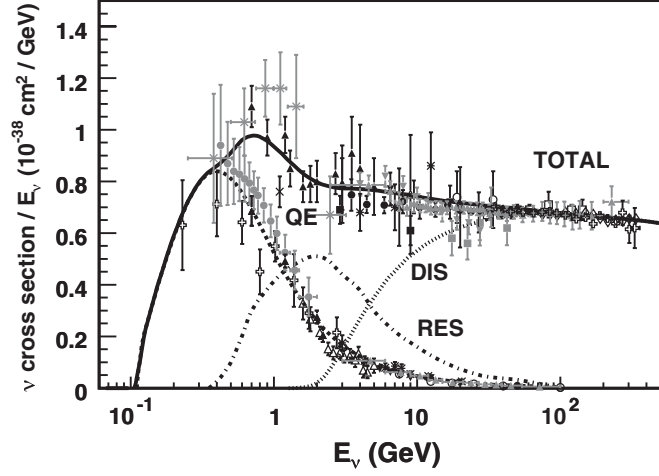


Figura (2.1). Dipendenza dall'energia della sezione d'urto di diffusione di neutrini muonici su un nucleone isoscalare, divisa per l'energia del neutrino. Le curve rappresentano il contributo della diffusione quasi elastica (QE), della produzione di risonanze (RES), della diffusione profondamente inelastica (DIS) e la sezione d'urto totale (TOTAL) [29].

Si prendano ora, come stati con i quali verrà studiato il processo, stati normalizzati ad una delta di Dirac secondo la

$$\langle p|p' \rangle = (2\pi)^3 2E \cdot \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (2.1.2)$$

mentre gli spinori ottenuti dalla soluzione dell'equazione di Dirac libera soddisfano alle relazioni

$$u^\dagger(p, r)u(p, s) = 2E\delta_{r,s}, \quad (2.1.3)$$

$$\bar{u}(p, r)u(p, s) = 2m\delta_{r,s}, \quad (2.1.4)$$

dove l'indice $r = 1, 2$ specifica la proiezione dello spin. La relazione di completezza relativa agli stati a energia positiva si può porre nella forma

$$\sum_s u(p, s)\bar{u}(p, s) = \not{p} + m, \quad (2.1.5)$$

dove $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$ e le γ^μ sono le matrici di Dirac.

L'espressione generale per la sezione d'urto è la

$$d\sigma = \frac{1}{flux} \mathcal{W}_{if} \frac{V}{(2\pi)^3} d^3k' \frac{V}{(2\pi)^3} d^3p' \quad (2.1.6)$$

dove V è il volume di normalizzazione, con $flux$ si intende il flusso delle particelle incidenti, \mathcal{W}_{if} rappresenta la probabilità di transizione dallo stato iniziale a quello finale nell'unità di tempo

$$\mathcal{W}_{if} = \frac{|S_{if}|^2}{T}, \quad (2.1.7)$$

e S_{if} è l'elemento di matrice S tra lo stato iniziale e quello finale. Nel caso di collisioni collineari il flusso si può scrivere nella forma

$$flux = \frac{v}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{|\mathbf{k}|}{E_\nu} + \frac{|\mathbf{p}|}{E_p} \right) = \frac{1}{V} \frac{1}{E_\nu E_p} (E_p |\mathbf{k}| + E_\nu |\mathbf{p}|), \quad (2.1.8)$$

dove v è la velocità relativa neutrino-nucleone. Usando l'approssimazione $m_\nu \approx 0$, largamente giustificata dai dati sperimentali disponibili, è possibile sostituire l'energia del neutrino con il suo impulso, ottenendo

$$\begin{aligned} flux &= \frac{1}{V} \frac{1}{E_\nu E_p} (E_\nu E_p + |\mathbf{k}| |\mathbf{p}|) = \frac{1}{V} \frac{1}{E_\nu E_p} [E_\nu E_p - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})] \\ &= \frac{1}{V} \frac{1}{E_\nu E_p} \sqrt{(kp)^2}. \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Per quanto riguarda la probabilità di transizione, si può esplicitare il modulo quadrato dell'elemento della matrice S come segue

$$\begin{aligned} |S_{if}|^2 &= VT(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k + p - k' - p') \frac{1}{2VE_\nu} \frac{1}{2VE_p} \\ &\times \frac{1}{2VE_\nu} \frac{1}{2VE_{p'}} \sum_i \sum_f |\mathcal{M}_{if}|^2 \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

dove \mathcal{M}_{if} è l'ampiezza invariante del processo. A questo punto, sostituendo la (2.1.9) e la (2.1.10) nella (2.1.6) si otterrà l'espressione più utile per la sezione d'urto

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{v} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_\nu} \frac{1}{2E_{k'}} \frac{1}{2E_{p'}} \sum_i \sum_f |\mathcal{M}_{if}|^2 (2\pi)^4 \\ &\delta^{(4)}(k + p - k' - p') \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3}. \end{aligned} \quad (2.1.11)$$

L'ampiezza invariante si può scrivere come prodotto degli elementi di matrice della corrente leptonica e della corrente adronica

$$\mathcal{M}_{if} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle k' s' | j_\mu | k s \rangle \langle p' \sigma' | J^\mu | p \sigma \rangle. \quad (2.1.12)$$

Esplicitando l'espressione delle correnti e sostituendo nella formula generale per la sezione d'urto, si ottiene

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{v} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_\nu} \frac{1}{2E_{k'}} \frac{1}{2E_{p'}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k + p - k' - p') \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \\ &\times \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{2} \sum_{s_i s_f} [\bar{u}_\ell(k') \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\nu(k)] [\bar{u}_\nu(k) \gamma_\nu (1 + \gamma_5) u_\ell(k')] \\ &\times \sum_{\sigma_i \sigma_f} \langle N(p) | J^\mu | X(p') \rangle \langle X(p') | J^\nu | N(p) \rangle. \end{aligned} \quad (2.1.13)$$

Nell'equazione appena scritta, G_F è la costante di Fermi, mentre V_{ud} è l'elemento della matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa che descrive il mescolamento dei

quark u e d . Le somme che compaiono al secondo membro servono per mediare sugli spin delle particelle dello stato iniziale e sommare su quelle dello stato finale. Infine, nel sistema di riferimento in cui il nucleone bersaglio è in quiete si ha che

$$v = \frac{\sqrt{(kp)^2}}{E_\nu E_p} \simeq 1. \quad (2.1.14)$$

A questo punto si passa alle coordinate sferiche e si scrivono gli elementi di volume differenziali come $d^3k' = |\mathbf{k}'|^2 dk' d\Omega_\ell = |\mathbf{k}'| E_\ell dE_\ell d\Omega_\ell$, dove Ω_ℓ è l'angolo solido entro il quale viene prodotto il leptone uscente. Tale relazione permette di ottenere la sezione d'urto doppiamente differenziale

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{\nu N}}{dE_\ell d\Omega_\ell} &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{\sqrt{2}^2} \\ &\times \sum_{s_i s_f} [\bar{u}_\ell(k') \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\nu(k)] [\bar{u}_\nu(k) \gamma_\nu (1 + \gamma_5) u_\ell(k')] \\ &\times \sum_{\sigma_i \sigma_f} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_{p'}} \int d^3p' \langle N(p) | J^\mu | X(p') \rangle \langle X(p') | J^\nu | N(p) \rangle \delta^{(4)}(k + p - k' - p'). \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

L'equazione così scritta permette di identificare tensore leptonic

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \sum_{s_i s_f} [\bar{u}_\ell(k') \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_\nu(k)] [\bar{u}_\nu(k) \gamma_\nu (1 - \gamma_5) u_\ell(k')] \\ &= \text{Tr}[(\not{k}' + m_\ell) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \not{k} \gamma_\nu (1 - \gamma_5)] \\ &= 2[\text{Tr}(\not{k}' \gamma_\mu) \text{Tr}(\not{k} \gamma_\nu) - \text{Tr}(\not{k}' \gamma_\mu) \text{Tr}(\not{k} \gamma_\nu \gamma_5)] \\ &= 8[k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu}(kk') - i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta], \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

ed il tensore adronico

$$W_{\mu\nu} = \sum_{\sigma_i \sigma_f} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_{p'}} \int d^3p' \langle N(p) | J^\mu | X(p') \rangle \langle X(p') | J^\nu | N(p) \rangle \delta^{(4)}(k + p - k' - p'), \quad (2.1.17)$$

e di riscrivere la (2.1.15) come contrazione di questi due tensori

$$\frac{d^2\sigma_{\nu N}}{dE_\ell d\Omega_\ell} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}. \quad (2.1.18)$$

Chiaramente la (2.1.18) implica che il modulo quadrato dell'ampiezza invariante prenda a sua volta la forma

$$|\mathcal{M}_{if}|^2 = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}. \quad (2.1.19)$$

Dato che si vorrà esplicitare la forma del tensore adronico in funzione del momento trasferito $q = p' - p = k - k'$, di componenti $q \equiv (\omega, \mathbf{q})$, è conveniente usare la relazione

$$\frac{d^3p'}{2E_{p'}} = d^4p' \delta^{(4)}(p'^2 - M'^2), \quad (2.1.20)$$

dove M' è la massa dello stato finale adronico, e riscrivere il tensore adronico nella forma

$$W_{\mu\nu} = \sum_{\sigma_i \sigma_f} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_{p'}} \int d^3p \langle N(p) | J^\mu | X(p') \rangle \langle X(p') | J^\nu | N(p) \rangle \delta^{(4)}((p+q)^2 - M'^2). \quad (2.1.21)$$

La formula appena scritta per $W_{\mu\nu}$ può essere espressa in modo completamente generale in termini di sei *funzioni di struttura*, W_i , dipendenti dagli invarianti relativistici che si possono costruire a partire dai quadrimpulsi k e q . Si ottiene così per il tensore adronico la forma

$$W^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} W_1 + \frac{p^\mu p^\nu}{M^2} W_2 + i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \frac{q_\alpha p_\beta}{M^2} W_3 + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2} W_4 + \frac{p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu}{M^2} W_5 + \frac{p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu}{M^2} W_6, \quad (2.1.22)$$

dove M è la massa del nucleone che partecipa all'interazione. Nel seguito il termine proporzionale a W_6 verrà sempre omissso, in quanto dà luogo a contributi che violano dell'invarianza per trasformazioni CP. Le funzioni di struttura che compaiono nell'equazione (2.1.22) saranno parametrizzate in maniera differente a seconda del canale di reazione preso in considerazione. Useremo cioè differenti parametrizzazioni nei canali QE, RES e DIS.

Contraazione dei tensori leptonico ed adronico

In questa sezione verrà calcolata esplicitamente la contraazione dei tensori leptonico ed adronico, sottolineando la dipendenza dalle funzioni di struttura, espresse in termini di fattori di forma adronici, o distribuzioni di partoni, e fattori cinematici. Si farà inoltre riferimento agli articoli [30, 31] per i calcoli che seguono.

La contraazione tra il tensore leptonico (2.1.16) ed il tensore adronico (2.1.22) dà il risultato

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} &= 16W_1(k \cdot k') + 8 \frac{W_2}{M^2} [2(k \cdot p)(k' \cdot p) - M^2(k \cdot k')] \\ &+ 16 \frac{W_3}{M^2} [(k \cdot p)(k' \cdot q) - (k \cdot q)(k' \cdot p)] \\ &+ 8 \frac{W_4}{M^2} [2(k \cdot q)(k' \cdot q) - q^2(k \cdot k')] \\ &+ 8 \frac{W_5}{M^2} [2(k \cdot p)(k' \cdot q) + 2(k' \cdot p)(k \cdot q) - 2(k \cdot k')(p \cdot q)], \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

che si può riscrivere in forma sintetica come,

$$L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = \frac{16}{M^2} \sum_i A_i W_i. \quad (2.1.24)$$

Sarà argomento del prossimo paragrafo discutere la forma delle funzioni di struttura W_i , a seconda del canale di reazione considerato. Vengono date qui le espressioni dei termini che si ottengono contraendo il tensore leptonico con i diversi tensori

che compaiono nella definizione di $W_{\mu\nu}$, dalle quali si possono facilmente derivare i fattori cinematici A_i

$$-L_{\mu\nu}g^{\mu\nu}\frac{W_1}{M^2} = 16\frac{W_1}{M^2}(k \cdot k'), \quad (2.1.25)$$

$$L_{\mu\nu}p^\mu p^\nu \frac{W_2}{M^2} = 16\frac{W_2}{M^2}[(k \cdot p)(k' \cdot p) - \frac{M^2}{2}(k \cdot k')], \quad (2.1.26)$$

$$iL_{\mu\nu}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}q_\alpha p_\beta \frac{W_3}{M^2} = 16\frac{W_3}{M^2}[(k \cdot p)(k' \cdot q) - (k' \cdot p)(k \cdot q)], \quad (2.1.27)$$

$$L_{\mu\nu}q^\mu q^\nu \frac{W_4}{M^2} = 16\frac{W_4}{M^2}[(k \cdot q)(k' \cdot q) - \frac{q^2}{2}(k \cdot k')], \quad (2.1.28)$$

$$L_{\mu\nu}(p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \frac{W_5}{M^2} = 16\frac{W_5}{M^2}[(k' \cdot p)(k \cdot q) + (k \cdot p)(k' \cdot q) - (k \cdot k')(p \cdot q)], \quad (2.1.29)$$

con

$$q^2 = (k - k')^2 = k^2 + k'^2 - 2(k \cdot k') = m_\ell^2 - 2(k \cdot k') = m_\ell^2 - 2E_\nu E_\ell + 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'). \quad (2.1.30)$$

I contributi dominanti sono quelli associati alle A_{1-3} . Quelli associati alle $A_{4,5}$ sono molto minori, tipicamente dell'ordine di qualche per cento nel caso di produzione di leptoni carichi leggeri, ma aumentano in maniera significativa con la massa del leptone [30].

2.2 Scattering Quasi-Elastico

Si parla di regime quasi-elastico quando il contributo dominante alla sezione d'urto viene dalla reazione

$$\nu_\ell(k) + n(p) \rightarrow \ell(k') + p(p'), \quad (2.2.1)$$

nella quale il neutrino incidente interagisce con un neutrone e l'unico adrone presente nello stato finale è un protone. Ad esempio, nel caso di neutrini muonici il range di energia corrispondente è $0.2 \lesssim E_\nu \lesssim 1$ GeV. Con l'aumento dell'energia del fascio di neutrini incidente, alla diffusione quasi elastica si sovrappongono il processo di produzione di risonanze e la diffusione profondamente inelastica, che verranno discusse, rispettivamente, nelle Sezioni 2.3 e 2.4. Il peso relativo dei diversi canali in funzione dell'energia del neutrino incidente è illustrato nella Fig.2.1 per il caso dei neutrini muonici.

Le interazioni neutrino-nucleone e neutrino-nucleo nel canale quasi-elastico sono state studiate da molti autori [32, 33, 34, 35]. In questa Tesi seguiamo il formalismo descritto nel lavoro di Leitner *et al* [36], nel quale la sezione d'urto viene scritta nella forma

$$\frac{d\sigma}{d\omega d\Omega'_k} = -\frac{|\mathbf{k}'|}{32\pi^2} \frac{\delta(\omega - (E_{p'} - E_p))}{(k \cdot p)} |\mathcal{M}_{QE}|^2, \quad (2.2.2)$$

con

$$|\mathcal{M}_{QE}|^2 = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{\sqrt{2}} L_{\mu\nu} W_{QE}^{\mu\nu}, \quad (2.2.3)$$

dove con $M = \sqrt{p^2}$ si indica la massa del nucleone bersaglio e con $M' = \sqrt{p'^2}$ quella del nucleone prodotto ed $\omega = E_k - E_{k'}$. Nel caso di nucleoni liberi $M = M' = M_N$ massa media dei nucleoni. Il tensore adronico in questo caso ha la forma

$$W_{\mu\nu}^{QE} = \frac{1}{2} Tr[(\not{p} + M_N) \tilde{\Gamma}_\mu^{QE} (\not{p}' + M_N) \Gamma_\nu^{QE}] , \quad (2.2.4)$$

dove

$$\tilde{\Gamma}_{QE}^\mu = \gamma_0 \Gamma_{QE}^{\mu\dagger} \gamma_0 . \quad (2.2.5)$$

La corrente adronica

$$J_\mu^{QE} = \langle N', \mathbf{p}' | J_\mu(0) | N, \mathbf{p} \rangle = \bar{u}(p') \Gamma_\mu^{QE} \tau_+ u(p), \quad (2.2.6)$$

con $\tau_+ = \frac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}}$, è caratterizzata dalla struttura V-A

$$J_\mu^{QE} = J_\mu^V - J_\mu^A, \quad (2.2.7)$$

dove J_μ^V , J_μ^A sono rispettivamente la parte vettoriale ed assiale della corrente, che a loro volta posso essere espresse in termini dei fattori di forma assiali e vettoriali

$$J_\mu^V = \mathcal{F}_1 \gamma_\mu + \frac{\mathcal{F}_2}{2M} i \sigma_{\mu\alpha} q^\alpha + \mathcal{F}_S \frac{q_\mu}{M}, \quad (2.2.8)$$

$$- J_\mu^A = \mathcal{F}_A \gamma_\mu \gamma_5 + \frac{\mathcal{F}_P}{M} q_\mu \gamma_5. \quad (2.2.9)$$

Più precisamente, $\mathcal{F}_{1,2}$ sono, rispettivamente, i fattori di forma di Dirac e Pauli, \mathcal{F}_S è il fattore di forma scalare e $\mathcal{F}_{A,P}$ sono i fattori di forma assiale e pseudo-scalare. Tutti i fattori di forma appena elencati dipendono da $Q^2 = -q^2$, con $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$.

L'ipotesi della *Conserved Vector Current* (CVC) consiste nell'assumere che la parte isovettoriale della corrente elettromagnetica del nucleone e la parte vettoriale della corrente debole sono un tripletto di isospin di una corrente conservata e da questa deriva la relazione

$$\mathcal{F}_1(q) = \mathcal{F}_1^p(q) - \mathcal{F}_1^n(q), \quad (2.2.10)$$

$$\mathcal{F}_2(q) = \mathcal{F}_2^p(q) - \mathcal{F}_2^n(q), \quad (2.2.11)$$

che lega i fattori di forma vettoriali \mathcal{F}_1 ed \mathcal{F}_2 ai fattori di forma elettromagnetici dei protoni e neutroni $\mathcal{F}_1^{p,n}$, $\mathcal{F}_2^{p,n}$. Inoltre la conservazione della parte vettoriale della corrente debole permette di porre il fattore di forma scalare $\mathcal{F}_S = 0$. È anche possibile ricavare la relazione che lega i fattori di forma vettoriali \mathcal{F}_1 ed \mathcal{F}_2 a quelli elettrico e magnetico G_E e G_M

$$G_E = \mathcal{F}_1 + \tau \mathcal{F}_2, \quad (2.2.12)$$

$$G_M = \mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2, \quad (2.2.13)$$

con $\tau = -q^2/4M^2$. Una delle parametrizzazioni più usate per G_E e G_M è la parametrizzazione di dipolo, che permette di scrivere i suddetti fattori di forma come

$$G_E = \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \quad (2.2.14)$$

$$G_M = (\mu_n - \mu_p) \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \quad (2.2.15)$$

dove $\mu_n = -1.91$ e $\mu_p = 2.79$ sono rispettivamente il momento magnetico del neutrone e del protone, mentre la costante $M_V = 0.71$ GeV, che determina la dipendenza da Q^2 , è detta massa vettoriale. Invertendo dunque la (2.2.12) e (2.2.13), i fattori di forma vettoriali posso essere scritti come

$$\mathcal{F}_1 = \frac{1}{1 - \tau} [G_E - \tau G_M], \quad (2.2.16)$$

$$\mathcal{F}_2 = \frac{1}{1 - \tau} [G_M - G_E]. \quad (2.2.17)$$

Per quello che riguarda la parte assiale, se anche in questo caso si utilizza la parametrizzazione di dipolo, si può scrivere

$$\mathcal{F}_A = g_A \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2}, \quad (2.2.18)$$

dove $g_A = \mathcal{F}_A(0) = -1.267$ è la costante d'accoppiamento assiale, ottenuta dalle misure del decadimento β dei neutroni [37], ed $M_A = 1.03$ GeV è la massa assiale ottenuta dallo studio dei processi di scattering elastico neutrino-deuterio ed di elettroproduzione di pioni carichi da nucleoni [38]. Inoltre, assumendo la *pion pole dominance* ed utilizzando l'ipotesi PCAC (*Partially Conserved Axial Current*), si possono legare \mathcal{F}_P ed \mathcal{F}_A nella forma

$$\mathcal{F}_P = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - q^2} \mathcal{F}_A. \quad (2.2.19)$$

Il ruolo del fattore di forma pseudoscalare nella diffusione di neutrini τ è analizzato in dettaglio nell'Appendice B.

In accordo con quanto detto finora si ottengono le espressioni,

$$\frac{W_1}{m^2} = 2[\mathcal{F}_A^2(1 + \tau) + \tau(\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2)^2], \quad (2.2.20)$$

$$\frac{W_2}{m^2} = 4[\mathcal{F}_A^2 + \mathcal{F}_1^2 + \tau\mathcal{F}_2^2], \quad (2.2.21)$$

$$\frac{W_3}{m^2} = -4\mathcal{F}_A(\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2), \quad (2.2.22)$$

$$\frac{W_4}{m^2} = [\mathcal{F}_2^2(1 + \tau) - 2\mathcal{F}_2(\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2) - q^2\mathcal{F}_P^2 + 2m\mathcal{F}_P\mathcal{F}_A]/2, \quad (2.2.23)$$

$$\frac{W_5}{m^2} = \frac{W_2}{2m^2}, \quad (2.2.24)$$

che sostituite nella (2.1.24) permettono di calcolare la sezione d'urto.

2.3 Produzione di risonanze

Come illustrato nella Fig.2.1, al crescere dell' energia del neutrino incidente si apre il canale di produzione di risonanze, che dà il contributo principale alla sezione d'urto nella regione di energie intermedie. Il processo corrispondente può essere scritto come

$$\nu_\ell(k) + N(p) \rightarrow \ell(k') + R(p') \quad (2.3.1)$$

dove N è un nucleone ed R può essere una risonanza a spin $1/2$, come le $D_{13}(1520)$, $P_{11}(1440)$ e $S_{11}(1535)$, o a spin $3/2$, come la $P_{33}(1232)$, a cui ci si riferisce anche con l'espressione $\Delta(1232)$. I modelli teorici con cui vengono descritti i processi di produzione di risonanze furono formulati negli anni settanta, ma ad oggi risulta ancora problematica la determinazione dei fattori di forma con cui viene parametrizzata la sezione d'urto. A partire dallo studio del modello per la descrizione della produzione della risonanza $P_{33}(1232)$, si cercò di operare come nel caso del canale quasi-elastico, cercando di mettere in relazione quindi la produzione di risonanze da scattering di neutrini su nucleo all'elettro-produzione di risonanze, così da trovare una relazione che legasse i fattori di forma del processo in esame a quelli dell'elettro-produzione. La situazione è più complicata per risonanze con massa maggiore, il cui studio sperimentale è ancora in corso.

Per la seguente descrizione teorica verrà adottato il modello nel quale il vertice di interazione neutrino-nucleone-risonanza viene parametrizzato con fattori di forma fenomenologici. Più precisamente la sezione d'urto viene espressa in termini delle ampiezze di elicità ricavate dai processi di elettro-produzione di risonanze, che descrivono la transizione nucleone-risonanza in funzione della polarizzazione del fotone mediatore dell'interazione e dello spin del barione coinvolto nel processo, e che vengono messe in relazione con i fattori di forma relativi al processo che si sta analizzando. Di seguito verrà utilizzato il formalismo descritto in [36, 39, 40].

L'espressione per la sezione d'urto viene scritta come

$$\frac{d\sigma_R}{d\omega d\Omega_{k'}} = -\frac{|\mathbf{k}'|}{32\pi^2} \frac{\mathcal{A}(p'^2)}{(k \cdot p)} |\mathcal{M}_R|^2, \quad (2.3.2)$$

dove M è la massa del nucleone libero, e $\mathcal{A}(p'^2)$ è la funzione spettrale della risonanza nel vuoto, data dalla distribuzione di Breit-Wigner

$$\mathcal{A}(p'^2) = \frac{\sqrt{p'^2}}{\pi} \frac{\Gamma(p')}{(p'^2 - M_R^2)^2 + p'^2 \Gamma^2(p')}, \quad (2.3.3)$$

con $\Gamma(p') = \Gamma_0 (p_\pi(M')/p_\pi(M_R))^3$ per le risonanze a spin $3/2$, mentre $\Gamma(p') = \Gamma_0 (p_\pi(M')/p_\pi(M_R))$ per le risonanze a spin $1/2$. Nell'espressione appena data $\Gamma_0 = 0.114\text{Gev}$ ed il momento del pione p_π è dato dall'espressione

$$p_\pi = \frac{1}{2M_R} \sqrt{(M_R^2 - M^2 - m_\pi^2)^2 - 4M^2 m_\pi^2}, \quad (2.3.4)$$

dove M è la massa del nucleone nello stato iniziale ed m_π la massa del π . Nel caso l'intervallo dei valori della massa della risonanza sia molto piccolo, o per una parti-

cella quasi stabile, $\mathcal{A}(p'^2)$ tenderebbe ad una funzione δ . Come visto in precedenza, invece, il termine $|\mathcal{M}_R|^2$ viene esplicitato nella forma

$$|\mathcal{M}_R|^2 = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{\sqrt{2}} L_{\mu\nu} W_R^{\mu\nu}. \quad (2.3.5)$$

La sezione d'urto totale viene scritta integrando la (2.3.2), col risultato

$$\sigma_i(W) \propto \sum_{\lambda, s} |\langle R, \lambda | \epsilon_{(i)}^\mu J_\mu^{EM} | N, s \rangle|^2 \mathcal{A}(p'^2). \quad (2.3.6)$$

Tale scrittura permette di capire immediatamente la relazione che lega la sezione d'urto alle ampiezze delle elicità, le quali vengono scritte come segue

$$A_{1/2} \propto \langle R, J_z = 1/2 | \epsilon_{(+)}^\mu J_\mu^{EM} | N, J_z = -1/2 \rangle \zeta \quad (2.3.7)$$

$$A_{3/2} \propto \langle R, J_z = 3/2 | \epsilon_{(+)}^\mu J_\mu^{EM} | N, J_z = 1/2 \rangle \zeta \quad (2.3.8)$$

$$S_{1/2} \propto -\frac{|\mathbf{q}|}{\sqrt{Q^2}} \langle R, J_z = 1/2 | \epsilon_{(0)}^\mu J_\mu^{EM} | N, J_z = 1/2 \rangle \zeta \quad (2.3.9)$$

con

$$|\mathbf{q}|^2 = \frac{(M'^2 - M^2 - Q^2)^2}{4M'^2} + Q^2, \quad (2.3.10)$$

dove $M' = M_R$, mentre gli stati $|R\rangle$ e $|N\rangle$ descrivono, rispettivamente, la risonanza e il nucleone [36]. Il quadrivettore $\epsilon_{(i)}^\mu$ rappresenta la polarizzazione del fotone mediatore del processo di elettro-produzione: $\epsilon_{(\pm)}^\mu = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0)$ corrisponde alla polarizzazione trasversa, e $\epsilon_{(0)}^\mu = (|\mathbf{q}|, 0, 0, q^0)/\sqrt{Q^2}$ corrisponde alla polarizzazione longitudinale. Il parametro ζ rappresenta una fase che nel caso considerato può essere presa uguale ad uno [36]. Le ampiezze $A_{1/2}$ ed $A_{3/2}$ sono costruite con il vettore $\epsilon_{(\pm)}^\mu$ trasverso e sono invarianti per trasformazioni di Lorentz, mentre $S_{1/2}$ dipende dal sistema di riferimento. Consistentemente con il formalismo utilizzato in precedenza, per il calcolo viene preso come sistema di riferimento quello del laboratorio.

2.3.1 Tensore adronico per risonanze a spin 1/2

In questo caso il tensore adronico, continuando a seguire la notazione adottata in [36], viene scritto nella forma

$$W_{1/2}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr[(\not{p} + M) \tilde{\Gamma}_{1/2}^\mu (\not{p}' + M') \Gamma_{1/2}^\nu], \quad (2.3.11)$$

con M massa del nucleone e M' massa della risonanza. Come nel caso del canale quasi-elastico, la corrente è tale che

$$\tilde{\Gamma}_{1/2}^\mu = \gamma_0 \Gamma_{1/2}^{\mu\dagger} \gamma_0. \quad (2.3.12)$$

Anche in questo caso le correnti sono dotate di struttura di Lorentz del tipo V-A. Tuttavia, a seconda della parità vengono scritte in maniera differente; si indica $\Gamma_{1/2+}^\mu$ la corrente di risonanza con parità positiva e $\Gamma_{1/2-}^\mu$ quella con parità negativa, le cui espressioni risultano essere

$$\Gamma_{1/2+}^\mu = J_{1/2V}^\mu - J_{1/2A}^\mu, \quad (2.3.13)$$

$$\Gamma_{1/2-}^\mu = [J_{1/2V}^\mu - J_{1/2A}^\mu] \gamma^5. \quad (2.3.14)$$

A loro volta le correnti vettoriali ed assiali possono essere scritte attraverso fattori di forma dipendenti da $Q^2 = -q^2$:

$$J_{1/2V}^\mu = \frac{\mathcal{F}_1}{(2M)^2} (Q^2 \gamma^\mu + \not{q} q^\mu) + \frac{\mathcal{F}_2}{2M} i \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha \quad (2.3.15)$$

$$- J_{1/2A}^\mu = \mathcal{F}_A \gamma^\mu \gamma^5 + \frac{\mathcal{F}_P}{M} q^\mu \gamma^5. \quad (2.3.16)$$

Come precedentemente discusso, è possibile legare i fattori di forma alle ampiezze di elicità dei processi di elettro-produzione di risonanze. Tuttavia, poichè si trovano espressioni differenti per ogni differente risonanza [39], queste non verranno riportate esplicitamente.

Utilizzando l'ipotesi PCAC e la *pion pole dominance* viene derivata g_A e la relazione che lega \mathcal{F}_A ed \mathcal{F}_P , che può essere scritta nella forma

$$\mathcal{F}_P = \frac{(M_R \pm M)M}{m_\pi^2 - q^2} \mathcal{F}_A, \quad (2.3.17)$$

con (+) per le risonanze con parità positiva e (-) per quelle con parità negativa, mentre \mathcal{F}_A ha la stessa forma della (2.2.18), ma con $M_A = 1$ GeV.

2.3.2 Tensore adronico per risonanze a spin 3/2

Un processo di diffusione il cui stato finale coinvolge una risonanza a spin 3/2 può generalmente essere studiato utilizzando il formalismo di Rarita-Schwinger [41], in cui il tensore adronico si presenta nella forma

$$W_{3/2}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} Tr[(\not{p} + M) \tilde{\Gamma}_{3/2}^{\alpha\mu} \Lambda_{\alpha\beta}(p') \Gamma_{3/2}^{\beta\nu}], \quad (2.3.18)$$

con

$$\begin{aligned} \Lambda_{\alpha\beta}(p') &= |\psi^\Delta(p', s)\rangle \langle \psi^\Delta(p', s)| = \\ &= (\not{p}' + M') \left(g_{\alpha\beta} - \frac{2 p'_\alpha p'_\beta}{3 M'^2} + \frac{p'_\alpha \gamma_\beta - p'_\beta \gamma_\alpha}{3 M'} - \frac{1}{3} \gamma_\alpha \gamma_\beta \right), \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

dove $|\psi^\Delta\rangle \langle \psi^\Delta|$ è detto operatore di proiezione di Rarita-Schwinger [40], e

$$\tilde{\Gamma}_{3/2}^{\alpha\mu} = \gamma_0 \Gamma_{3/2}^{\alpha\mu\dagger} \gamma_0. \quad (2.3.20)$$

Anche in questo caso la corrente viene scritta a seconda della parità della risonanza, così da ritrovare, per risonanze con parità positiva

$$\Gamma_{3/2+}^{\alpha\mu} = [J_{3/2V}^{\alpha\mu} - J_{3/2A}^{\alpha\mu}] \gamma^5, \quad (2.3.21)$$

mentre per quelle con parità negativa

$$\Gamma_{3/2-}^{\alpha\mu} = J_{3/2V}^{\alpha\mu} - J_{3/2A}^{\alpha\mu}. \quad (2.3.22)$$

Utilizzando la procedura adottata per i casi precedenti, si scrivono $J_{3/2V}^{\alpha\mu}$ e $J_{3/2A}^{\alpha\mu}$ in termini dei fattori di forma:

$$J_{3/2V}^{\alpha\mu} = \frac{C_3}{M} (g^{\alpha\mu} \not{q} - q^\alpha \gamma^\mu) + \frac{C_4}{M^2} (g^{\alpha\mu} q \cdot p' - q^\alpha p'^\mu) + \frac{C_5}{M^2} (g^{\alpha\mu} q \cdot p - q^\alpha p^\mu) + g^{\alpha\mu} C_6 \quad (2.3.23)$$

$$- J_{3/2A}^{\alpha\mu} = \left[\frac{A_3}{M} (g^{\alpha\mu} \not{q} - q^\alpha \gamma^\mu) + \frac{A_4}{M^2} (g^{\alpha\mu} q \cdot p' - q^\alpha p'^\mu) + A_5 g^{\alpha\mu} + \frac{A_6}{M^2} q^\alpha q^\mu \right] \gamma^5, \quad (2.3.24)$$

dove C_i ed A_i sono i fattori di forma vettoriali ed assiali. I vettoriali vengono estrapolati scrivendo la sezione d'urto in funzione delle ampiezze di elicità, queste poi vengono scritte in funzione dei fattori di forma elettromagnetici e si confronta il tutto con i risultati degli esperimenti. Gli assiali vengono stimati utilizzando l'ipotesi PCAC e fittando i dati degli esperimenti. Nel caso delle risonanze a spin 3/2 si ha la relazione $C_i = C_i^n = C_i^p$, dove C_i^n e C_i^p sono i fattori di forma elettromagnetici. Usando la procedura appena descritta, tali fattori di forma vengono espressi in funzione di Q^2 , e nel caso della risonanza $\Delta(1232)$ si ottiene

$$C_3(Q^2) = \frac{2.13}{1 + Q^2/M_V^2} \frac{1}{1 + Q^2/(4M_V^2)}, \quad (2.3.25)$$

$$C_4(Q^2) = \frac{-1.51}{1 + Q^2/M_V^2} \frac{1}{1 + Q^2/(4M_V^2)}, \quad (2.3.26)$$

$$C_5(Q^2) = \frac{0.48}{1 + Q^2/M_V^2} \frac{1}{1 + Q^2/(0.776M_V^2)}, \quad (2.3.27)$$

$$C_6(Q^2) = 0. \quad (2.3.28)$$

La condizione espressa dall'equazione (2.3.28) è una conseguenza dell'ipotesi CVC.

I fattori di forma assiali posso essere invece scritti come

$$A_3(Q^2) = 0, \quad (2.3.29)$$

$$A_4(Q^2) = -\frac{A_5}{4}, \quad (2.3.30)$$

$$A_5(Q^2) = -\frac{1.2}{(1 + Q^2/M_A^2)^2} \frac{1}{1 + Q^2/(3M_A)^2}, \quad (2.3.31)$$

$$A_6(Q^2) = A_5 \frac{M^2}{Q^2 + m_\pi^2}, \quad (2.3.32)$$

dove m_π è massa del pione, e i valori delle masse assiale e vettoriale sono, rispettivamente, $M_A = 1.05$ Gev e $M_V = 0.71$ Gev.

2.4 Deep Inelastic Scattering

Per valori di energia molto maggiori di 1 Gev, l'interazione col neutrino coinvolge direttamente i costituenti elementari del nucleone, ed è necessario utilizzare il formalismo del deep inelastic scattering. In questo regime cinematico hanno luogo processi di frammentazione del nucleone bersaglio, seguiti dalla formazione di diversi stati finali adronici. Nel calcolo della sezione d'urto inclusiva si evita di descrivere esplicitamente le transizioni del bersaglio nei diversi stati adronici, e ci si concentra sullo studio delle proprietà del leptone carico prodotto, essenziali ai fini dell'identificazione delle oscillazioni dei neutrini.

Utilizzando la parametrizzazione del tensore adronico (2.1.22) si procede alla contrazione con il tensore leptonic, descritta nella Sezione 2.1. La letteratura tende a considerare trascurabili i contributi dei termini con W_4 e W_5 poichè proporzionali alla massa del leptone uscente. Tale approssimazione è in buon accordo con i dati sperimentali per processi che coinvolgono neutrini elettronici e muonici, dove quindi le masse dei leptoni uscenti sono molto basse rispetto al range di energia preso in esame. Nel caso di neutrini τ , la cui massa è $m_\tau = 1.777$ Gev, la validità di tale approssimazione non è più ovvia e dovrà invece essere verificata a seconda del valore dell'energia considerato.

Le funzioni di struttura del tensore adronico in questo caso dipendono dalle variabili cinematiche $Q^2 = -q^2$ (con $q = k - k'$) e $\nu = q \cdot p = M(E - E')$, con M massa del nucleone. In termini delle $W_i(Q^2, \nu)$ la sezione d'urto ha la seguente forma

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = & \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{8\pi M E^2} \left\{ 2(Q^2 + m_\ell^2)W_1 + \left[4E(E - \frac{\nu}{M}) - (Q^2 + m_\ell^2) \right] W_2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{M^2} [2MEQ^2 - \nu(Q^2 + m_\ell^2)]W_3 + \frac{m_\ell^2}{M^2} [(Q^2 + m_\ell^2)W_4 - 2MEW_5] \right\}. \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

Come detto in precedenza, le funzioni di struttura dipendono solo da due variabili cinematiche indipendenti. Nel 1969, Bjorken propose di utilizzare due nuove variabili cinematiche adimensionali e invarianti per trasformazioni di Lorentz

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2\nu}, \quad y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} = \frac{\nu}{ME}. \quad (2.4.2)$$

Le osservazioni dimostrano che per $\nu \rightarrow \infty$ e $Q^2 \rightarrow \infty$, ma con Q^2/ν finito, le funzioni di struttura non dipendono separatamente da Q^2 e ν , ma solo dalla nuova variabile x . Vengono quindi definite le nuove funzioni di struttura $F_i(x)$

$$\lim_{B_j} MW_1 = F_1(x), \quad \lim_{B_j} \nu W_k = MF_k(x), \quad k = 2, 3, 4, 5 \quad (2.4.3)$$

dove con la notazione \lim_{B_j} si intende il limite $\nu \rightarrow \infty$, $Q^2 \rightarrow \infty$ a Q^2/ν finito. Risulta conveniente scrivere la (2.4.1) in termini delle variabili di Bjorken, ottenendo l'espressione

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dx dy} = & \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 M E |V_{ud}|^2}{\pi} \left\{ \left(xy + \frac{m_\ell^2}{2ME} \right) y F_1 + \left[(1-y) - \left(\frac{M}{2E} xy + \frac{m_\ell^2}{4E^2} \right) \right] F_2 + \right. \\ & \left. + \left[xy \left(1 - \frac{y}{2} \right) - \frac{m_\ell^2}{4ME} y \right] F_3 + \frac{m_\ell^2}{M^2} \left[\left(\frac{M}{2E} xy + \frac{m_\ell^2}{4E^2} \right) F_4 - \frac{M}{2E} F_5 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

La regione cinematica della diffusione profondamente inelastica è delimitata dai limiti inferiore e superiore delle variabili x ed y

$$A - B \leq y \leq A + B, \quad \frac{m_\ell^2}{2M(E - M)} \leq x \leq 1, \quad (2.4.5)$$

dove

$$A = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m_\ell^2}{2ME} - \frac{m_\ell^2}{2E^2} \right) / \left(1 + x \frac{M}{2E} \right), \quad (2.4.6)$$

$$B = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{m_\ell^2}{2ME} \right)^2 - \frac{m_\ell^2}{E^2} \right]^{\frac{1}{2}} / \left(1 + x \frac{M}{2E} \right). \quad (2.4.7)$$

Sfruttando la positività della sezione d'urto si ottiene un sistema di disequazioni che le funzioni di struttura devono soddisfare. Coerentemente con il formalismo utilizzato, queste possono essere scritte come [43]

$$0 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{\nu^2}{M^2} + Q^2 \right)^{\frac{1}{2}} |W_3| \leq M W_1 \leq M \left(1 + \frac{\nu^2}{M^2 Q^2} \right) W_2, \quad (2.4.8)$$

$$-Q^2 W_4 + \nu W_5 \leq M^2 W_1 + \frac{\nu^2}{Q^2} W_2, \quad (2.4.9)$$

$$\frac{1}{4} W_5^2 \leq (-Q^2 W_4 + \nu W_5 - M^2 W_1 + M^2 W_2) \frac{M^2 W_1}{\nu^2 + Q^2 M^2} + W_2 W_4. \quad (2.4.10)$$

A loro volta queste disequazioni possono essere tradotte in restrizioni sulle funzioni invarianti di scala $F_i(x)$. Sperimentalmente è stato dimostrato che tali restrizioni possono essere espresse da equazioni per le $F_i(x)$, con un errore di qualche per cento rispetto ai dati sperimentali. Tali equazioni sono conosciute come relazioni di Callan-Gross

$$2x F_1 = F_2, \quad (2.4.11)$$

e

$$-x F_3 = F_2. \quad (2.4.12)$$

Se si assumono esatte queste relazioni si trovano anche quelle che devono essere soddisfatte dalle F_4 e F_5 [43]

$$xF_5 = F_2 \quad (2.4.13)$$

$$F_4 = 0. \quad (2.4.14)$$

A questo punto, aumentando ulteriormente l'energia del fascio incidente in modo tale da risultare molto maggiore della massa del leptone prodotto, si possono apportare ulteriori approssimazioni che risultano in ottimo accordo con i dati sperimentali; in particolare, più si aumenta l'energia E_ν del fascio più tali approssimazioni saranno valide. Utilizzando infatti la (2.4.14) i termini con F_4 nella (2.4.4) non danno contributo, mentre i termini in M/E e m_ℓ^2/E^2 possono essere del tutto trascurati, così da riscrivere la sezione d'urto nella seguente forma

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 ME}{\pi} \left\{ xy^2 F_1 + (1-y)F_2 + \left[xy \left(1 - \frac{y}{2} \right) \right] F_3 \right\}. \quad (2.4.15)$$

Tale equazione può essere riscritta in maniera più utile per applicare successivamente il formalismo del *Quark Parton Model* (QPM):

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \sigma_0 \left\{ \frac{1}{2} [F_2(x) \pm xF_3(x)] + \frac{1}{2} [F_2(x) \mp xF_3(x)] (1-y)^2 \right\}, \quad (2.4.16)$$

con $\sigma_0 = G_F^2 |V_{ud}|^2 ME/\pi$, e dove si deve prendere il (+) nella prima parentesi ed il (-) nella seconda per i neutrini, viceversa per gli antineutrini [44].

Utilizzare il *QPM* per trattare il Deep Inelastic Scattering vuol dire andare a studiare il processo in cui il neutrino incidente interagisce con i singoli quark degli adroni coinvolti

$$\nu_\ell(k) + d(p) \rightarrow l^-(k') + u(p'). \quad (2.4.17)$$

Si possono allora riscrivere le funzioni di struttura in termini di distribuzioni partoniche $q_i(x)$ e $\bar{q}_i(x)$, moltiplicati per i rispettivi fattori di Cabibbo ($\cos(\theta_C)$ o $\sin(\theta_C)$). In tale modello gli adroni sono pensati come un sistema di tre quark di valenza e un mare di coppie quark-antiquark di tutti i sapori. Le $q_i(x)$ allora rappresentano le probabilità di trovare un quark di sapore i , con impulso pari ad una frazione x dell'impulso dell'adrone. Nel caso di corrente carica il bosone carico W^\pm interagisce con i quark cambiandone il sapore. Le funzioni di struttura introdotte nel DIS vengono riscritte in termini di distribuzioni partoniche

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 2 \sum_{i,j} [g_i^2 q_i(x) + g_j^2 \bar{q}_j(x)], \\ xF_3(x) &= 2 \sum_{i,j} [g_i^2 q_i(x) - g_j^2 \bar{q}_j(x)], \end{aligned} \quad (2.4.18)$$

dove g_i è il termine di mixing della V_{CKM} . Assunto ciò si scrive la forma più generale per la sezione d'urto nel *QPM* [45]:

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{2G_F^2 MEx}{\pi} \left[\sum_i g_i^2 q_i^2(x) + \sum_j g_j^2 \bar{q}_j(x)(1-y)^2 \right]. \quad (2.4.19)$$

Trascurando i contributi dei quark *strange* e *charm*, soppressi come $\cos(\theta_C)^2$, la sezione d'urto del processo (2.4.17) viene scritta come

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 MEx}{\pi} \{ [u(x) + d(x)] + [\bar{u}(x) + \bar{d}(x)](1-y)^2 \} \quad (2.4.20)$$

per i neutrini e

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 MEx}{\pi} \{ [\bar{u}(x) + \bar{d}(x)] + [u(x) + d(x)](1-y)^2 \} \quad (2.4.21)$$

per gli antineutrini.

A questo punto le funzioni di struttura del processo in esame possono essere associate a quelle relative alla diffusione di elettroni dove, procedendo con un'analisi analoga a quella elaborata per i precedenti canali, si trova che

$$F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18} x [q(x) + \bar{q}(x)] \quad (2.4.22)$$

da cui segue che

$$F_2^{\nu N}(x) = \frac{18}{5} F_2^{eN}(x). \quad (2.4.23)$$

La funzione di struttura $F_1^{\nu N}(x)$ si ottiene dalla $F_2^{\nu N}(x)$ utilizzando la relazione di Callan-Gross, mentre per la determinazione della $F_3^{\nu N}(x)$ sono necessarie le disistribuzioni dei quark u e d di valenza.

Come nei casi precedenti, le funzioni di struttura per processi di diffusione di elettroni vengono estrapolate mediante fit dei dati ottenuti usando bersagli di idrogeno o deuterio [31]. Con questo metodo i contributi del range di produzione di risonanze e del DIS non vengono distinti, tuttavia vengono contati un'unica volta, eliminando il problema del *double counting* nelle regioni cinematiche in cui entrambi i processi possono avere luogo.

Un altro metodo per il calcolo della sezione d'urto è quello di utilizzare direttamente il modello a partoni per parametrizzare le funzioni di struttura nel range del DIS, in maniera tale da non avere sovrapposizioni con il processo di produzione di risonanze [45].

Molte sono le parametrizzazioni utilizzate per ricavare le funzioni di struttura in questo range di energia. Di seguito vengono analizzate le parametrizzazioni di Bodek e Ritchie e la parametrizzazione di Glück-Reya-Vogt.

2.4.1 Parametrizzazione di Bodek e Ritchie

Nel 1979 Bodek e Ritchie [46, 47] studiando la sezione d'urto inelastica per processi $e-p$ ed $e-d$ (deuterio) misurata sperimentalmente allo Stanford Linear Accelerator

Center (SLAC), proposero l'utilizzo di una parametrizzazione delle funzioni di struttura di protoni e neutroni, elaborata originariamente da Rittenberg e Rubinstein nel 1974 [48].

Partendo dalla sezione d'urto, misurata per vari valori dell'angolo di diffusione a $\nu = E - E'$ e Q^2 fissati, si ricavarono le funzioni di struttura W_1 e W_2 in funzione della sezione d'urto del processo. Più precisamente fu calcolato un fit lineare dei dati, di cui W_1 e W_2 erano proporzionali rispettivamente all'intercetta ed al coefficiente angolare. La parametrizzazione utilizzata era

$$\nu W_2(\nu, Q^2) = A(W, Q^2) \frac{f(\omega_\omega)}{\omega}, \quad (2.4.24)$$

dove

$$f(\omega_\omega) = g(\omega_\omega)\omega_\omega = \omega_\omega \sum_{n=3}^7 C_n \left(1 - \frac{1}{\omega_\omega}\right)^n, \quad (2.4.25)$$

e con

$$\omega_\omega = \frac{2M\nu + a^2}{Q^2 + b^2}. \quad (2.4.26)$$

La funzione $A(W, Q^2)$ che introduce una modulazione associata alla produzione di risonanze, contiene dodici parametri: quattro rappresentavano rispettivamente le masse, i pesi e le ampiezze delle sezioni d'urto dei processi di elettroproduzione delle risonanze che danno maggior contributo al processo in esame; i restanti otto parametri rappresentano la dipendenza dalla massa invariante adronica W delle particelle che formano background non risonante e che danno maggiore contributo al processo nella regione cinematica della produzione delle risonanze. Il valore della funzione di modulazione è circa 1 per $W > 2$ GeV. Più precisamente, dal fit dei dati risulta che in questa regione $|A(W, Q^2) - 1| \leq 0.01$. Riprendendo la (2.4.24) si ha dunque che nella regione della produzione di risonanze e del DIS $\nu W_2(\nu, Q^2) \simeq f(\omega_\omega)/\omega$. Per quanto riguarda la variabile ω_ω , essa fu proposta per la prima volta da Rittenberg e Rubinstein in maniera da estendere lo scaling della funzione $\nu W_2(\nu, Q^2)$ anche a valori di $Q^2 \sim 0.1$ GeV². Tutti gli altri parametri, compresi a^2 e b^2 in (2.4.26) venivano ricavati dai dati sperimentali. Chiaramente differenti erano tutti i parametri contenuti in $A(W, Q^2)$ per il processo $e - p$ e per $e - d$, per il quale fu aggiunto alla funzione $f(\omega_\omega)$ il fattore $(1 - e^{-7.7(\omega'-1)^{-1}})$, con

$$\omega' = \omega + \frac{M^2}{Q^2}, \quad (2.4.27)$$

per tenere conto degli effetti nucleari nel deuterio a piccoli valori di ω' .

Date le espressioni delle funzioni di struttura scritte nel QPM (2.4.18), si può usare la relazione

$$x\nu W_3 = \nu W_2 - 2\bar{Q}_\nu \quad (2.4.28)$$

dove \bar{Q}_ν è la distribuzione degli anti-quarks che, in accordo con la [47], viene parametrizzata come

$$\bar{Q}_\nu(x_\omega, Q^2) = \frac{9}{15}(1-x_\omega)^7 A(W, Q^2)g(0)\frac{\omega_\omega}{\omega}, \quad (2.4.29)$$

con $x_\omega = 1/\omega_\omega$.

2.4.2 Parametrizzazione di Glück-Reya-Vogt

La parametrizzazione di Glück-Reya-Vogt permette di ricavare il solo contributo dei processi di deep inelastic scattering alla sezione d'urto del processo considerato. Tale parametrizzazione viene elaborata attraverso lo studio dei dati ottenuti dagli esperimenti ad alta precisione effettuati utilizzando l'Hadron Electron Ring Accelerator (HERA), ad Amburgo [49, 50, 51]. La regione cinematica coperta da questi dati corrisponde al regime di alte energie ed alti valori di Q^2 , dove cioè il limite inferiore della variabile di scaling x è circa 10^{-8} ; in questo modo lo studio dei processi in esame non è suscettibile a correzioni radiative non perturbative di QCD. Questo metodo si basa sull'estrapolazione delle funzioni di distribuzione partoniche attraverso fit dei dati per differenti valori di energia. Si ottengono così le densità partoniche e la funzione di struttura F_2^p per i protoni.

In questa tesi la parametrizzazione di Glück-Reya-Vogt è stata utilizzata per lo studio del processo nella regione DIS senza il contributo dei processi di produzione di risonanze, nelle regioni di sovrapposizione. Con tale parametrizzazione vengono calcolate le funzioni di distribuzione partoniche in un range di energia molto ampio, che permette di arrivare, come limite inferiore di Q^2 , a $\sim 0.8\text{Gev}^2$.

Capitolo 3

Sezione d'urto neutrino-nucleo

In questo capitolo verrà descritto il calcolo della sezione d'urto di diffusione neutrino-nucleo. Si analizzeranno le approssimazioni adottate nei diversi regimi cinematici, con particolare enfasi sull'approssimazione impulsiva, o *Impule Approximation*, e sul formalismo basato sulla fattorizzazione dell'ampiezza di transizione e sull'uso della funzione spettrale del nucleo bersaglio.

3.1 Sezione d'urto inclusiva

Il processo da studiare è

$$\nu_\ell(k) + A \rightarrow \ell^-(k') + X, \quad (3.1.1)$$

dove il neutrino con quadrimpulso $k = (E_\nu, \mathbf{k})$ viene diffuso da un nucleo bersaglio con numero di massa A , inizialmente nel suo stato fondamentale. Lo stato finale consiste di un leptone carico con quadrimpulso $k' = (E_\ell, \mathbf{k}')$ ed un sistema adronico non specificato, nello stato X . Verrà descritto il calcolo della sezione d'urto inclusiva, che implica una somma su tutti i possibili stati finali adronici, e corrispondente alla reazione nella quale viene rivelato il solo leptone carico prodotto.

La sezione d'urto può essere scritta in forma analoga alla (2.1.18)

$$\frac{d^2\sigma_{\nu A}}{d\Omega_\ell dE_\ell} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2 |\mathbf{k}'|}{16\pi^2 |\mathbf{k}|} L_{\mu\nu} W_A^{\mu\nu}, \quad (3.1.2)$$

dove ricordamo che G_F è la costante di Fermi e V_{ud} è l'elemento della matrice CKM che descrive l'accoppiamento dei quark *up* e *down*.

Il tensore $L_{\mu\nu}$ è definito dall'equazione (2.1.16) e dipende solo dalle variabili cinematiche dei leptoni, mentre il tensore adronico contiene tutte le informazioni sulla struttura e la dinamica del nucleo bersaglio. Definendo $P_0 = (E_0, \mathbf{p}_0)$ e $P_X = (E_X, \mathbf{p}_X)$ i quadrimpulsi degli stati iniziale e finale adronici, rispettivamente $|0\rangle$ e $|X\rangle$, si ottiene l'espressione

$$W_A^{\mu\nu} = \sum_X \int d^3\mathbf{p}_X \langle 0 | J_A^\mu | X \rangle \langle X | J_A^\nu | 0 \rangle \delta^{(4)}(P_X - q - P_0), \quad (3.1.3)$$

con $q = k - k' \equiv (\omega, \mathbf{q})$ quadrimpulso trasferito.

Il calcolo del tensore adronico coinvolge lo studio dello stato fondamentale del nucleo bersaglio, dello stato finale adronico e della corrente debole nucleare. Tale calcolo, per bassi valori dell'impulso trasferito, tipicamente corrispondenti a $|\mathbf{q}| \lesssim 0.5 \text{ GeV}$ [55], può essere effettuato utilizzando la teoria a molti corpi nucleare—Nuclear Many-Body Theory, o NMBT—basata sull'approssimazione non relativistica. Secondo la NMBT, la dinamica dei nuclei è descritta dall'hamiltoniana

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{\mathbf{p}_i^2}{2M} + \sum_{j>i=1}^A v_{ij} + \sum_{k>j>i=1}^A V_{ijk} \quad (3.1.4)$$

dove \mathbf{p}_i ed M sono l'impulso dell' i -esimo nucleone e la sua massa, mentre i potenziali v_{ij} e V_{ijk} descrivono, rispettivamente, le interazioni tra due e tre nucleoni. Il potenziale v_{ij} viene determinato in modo da riprodurre le proprietà osservate del sistema di due nucleoni, sia nel suo unico stato legato che negli stati di diffusione [59], e a grande distanza si riduce al potenziale dovuto allo scambio di un pione, derivato da Yukawa negli anni trenta del secolo scorso [58]. L'aggiunta del potenziale V_{ijk} è necessaria per ottenere una descrizione accurata dell'energia dello stato fondamentale dei sistemi a tre nucleoni [60].

L'approccio basato sulla Hamiltoniana fenomenologica (3.1.4) ha dimostrato un notevole potere predittivo, in quanto permette di riprodurre accuratamente—senza l'introduzione di alcun parametro aggiuntivo—gli spettri dei nuclei con numero di massa $A \leq 12$ [61]. Il formalismo non relativistico, nel quale la corrente nucleare viene sviluppata in serie di potenze del rapporto $|\mathbf{q}|/M$, è stato usato con successo per lo studio delle sezioni d'urto elettrone-nucleo [55, 54, 56].

D'altro canto, per valori via via crescenti di $|\mathbf{q}|$, non è più possibile fare predizioni teoriche utilizzando la NMBT, poichè non è più possibile descrivere in approssimazione non relativistica nè lo stato finale adronico nè la corrente nucleare. Inoltre, al crescere dell'energia trasferita nel processo, si deve tenere conto dei processi inelastici, che danno luogo alla comparsa di adroni diversi dai nucleoni nello stato finale.

3.2 Approssimazione impulsiva e fattorizzazione

Nella regione cinematica nella quale la trattazione non relativistica non è più valida, il calcolo della sezione d'urto nucleare richiede necessariamente l'uso di approssimazioni. L'approssimazione impulsiva è basata sull'osservazione che, per valori sufficientemente grandi dell'impulso trasferito, la risoluzione spaziale del processo di diffusione, $\lambda \sim 1/|\mathbf{q}|$, diviene molto minore della distanza media che separa i nucleoni all'interno del nucleo bersaglio. In questo regime cinematico la particella incidente interagisce per lo più con un singolo nucleone, mentre gli altri $A-1$ hanno solo il ruolo di spettatori. Di conseguenza, il processo di diffusione sul nucleo può essere approssimato come la somma incoerente di processi elementare di diffusione sui singoli nucleoni, come rappresentato schematicamente nella Fig. 3.1, tenendo però presente che non si tratta di nucleoni liberi in quiete, bensì di nucleoni in moto in stati legati.

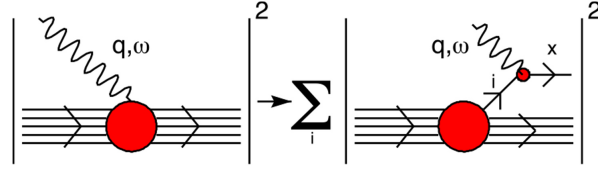


Figura (3.1). Rappresentazione schematica dell'impulse approximation in cui la sezione d'urto nucleare viene riscritta come somma delle sezioni d'urto che coinvolgono un singolo nucleone, con il sistema residuo che svolge il ruolo di spettatore.

In approssimazione impulsiva la corrente può quindi essere scritta come somma di correnti che coinvolgono singoli nucleoni

$$J^\mu \rightarrow \sum_i j_i^\mu, \quad (3.2.1)$$

e lo stato finale si riduce al prodotto diretto tra lo stato finale adronico $|x, \mathbf{p}_x\rangle$, prodotto nel vertice debole con impulso \mathbf{p}_x , e lo stato del sistema residuo ad $(A-1)$ nucleoni, con massa M_R e impulso $\mathbf{p}_R = \mathbf{q} - \mathbf{p}_x$

$$|X\rangle \rightarrow |x, \mathbf{p}_x\rangle \otimes |R, \mathbf{p}_R\rangle. \quad (3.2.2)$$

La fattorizzazione (3.2.2) permette di riscrivere la somma sugli stati finali adronici nella (3.1.3) nella forma

$$\sum_X |X\rangle \langle X| \rightarrow \sum_x \int d^3 p_x |x, \mathbf{p}_x\rangle \langle \mathbf{p}_x, x| \sum_R \int d^3 p_R |R, \mathbf{p}_R\rangle \langle \mathbf{p}_R, R|. \quad (3.2.3)$$

Inserendo una base completa di stati descrittivi nucleoni liberi

$$\sum_N \int d^3 p |N, \mathbf{p}\rangle \langle \mathbf{p}, N| = I \quad (3.2.4)$$

dove l'indice $N = p, n$ indica un protone o un neutrone, e usando le equazioni (3.2.1)-(3.2.3), l'elemento di matrice della corrente nella (3.1.3) può essere riscritto in forma fattorizzata come

$$\begin{aligned} \langle 0 | J_A^\mu | X \rangle &= \sum_i \langle 0 | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x; R, \mathbf{p}_R \rangle \quad (3.2.5) \\ &= \sum_i \sum_N \int d^3 p \left(\frac{M}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}} \right)^{1/2} \langle 0 | R, \mathbf{p}_R; N, \mathbf{p} \rangle \langle \mathbf{p}, N | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x \rangle \\ &= \sum_i \sum_N \left(\frac{M}{\sqrt{\mathbf{p}_R^2 + M^2}} \right)^{1/2} \langle 0 | R, \mathbf{p}_R; N, -\mathbf{p}_R \rangle \langle -\mathbf{p}_R, N | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x \rangle \\ &= \sum_i \left(\frac{M}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}} \right)^{1/2} M_R(\mathbf{p}_R) \langle -\mathbf{p}_R, N | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x \rangle \end{aligned}$$

Definendo l'ampiezza nucleare $M_R(\mathbf{p}_R)$ come

$$M_R(\mathbf{p}_R) = \langle 0 | \{ |R, \mathbf{p}_R\rangle \otimes |N, -\mathbf{p}_R\rangle \} \quad (3.2.6)$$

il tensore adronico può essere dunque riscritto come

$$\begin{aligned} W_A^{\mu\nu} \propto \sum_{i,x,R,N} \int d^3p_x d^3p_R \frac{M}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}} M_R(\mathbf{p}_R) \\ \times \langle N, -\mathbf{p}_R | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x \rangle \langle x, \mathbf{p}_x | j_i^\nu | N, -\mathbf{p}_R \rangle \\ \times \delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{p}_R - \mathbf{p}_x) \delta(\omega + E_0 - E_R - E_x) . \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

È importante notare che $M_R(\mathbf{p}_R)$ è una grandezza intrinseca del nucleo bersaglio, indipendente dal quadrimpulso trasferito, e che può quindi essere calcolata accuratamente in approssimazione non relativistica.

Infine, usando l'identità

$$\delta(\omega + E_0 - E_R - E_x) = \int dE \delta(E - M + E_0 - E_R) \delta(\omega + M - E - E_x) , \quad (3.2.8)$$

e introducendo inoltre la funzione spettrale del nucleo bersaglio

$$P(E, \mathbf{p}) = \sum_R |M_R(\mathbf{p})|^2 \delta(E - M + E_0 - E_R) , \quad (3.2.9)$$

che esprime la probabilità di lasciare il sistema residuo in uno stato eccitato di energia E in seguito alla rimozione di un nucleone di momento \mathbf{p} , ottiene per il tensore adronico l'espressione

$$\begin{aligned} W_A^{\mu\nu} \propto \sum_{i,x,R,N} \int dE d^3p_x d^3p \frac{M}{E_p} P(E, \mathbf{p}) \langle N, \mathbf{p} | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x \rangle \langle x, \mathbf{p}_x | j_i^\nu | N, \mathbf{p} \rangle \\ \times \delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{p} - \mathbf{p}_x) \delta(\omega + M - E - E_x) . \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

L'equazione (3.2.11) mostra come $W_A^{\mu\nu}$ può essere scomposto, a sua volta, nella somma di tensori adronici elementari, che descrivono l'interazione del neutrino con un nucleone libero e che possono essere scritti come

$$\begin{aligned} w_i^{\mu\nu} = \sum_{x,N} \int \frac{d^3p_x}{2E_{p_x} 2E_p} \langle N, \mathbf{p} | j_i^\mu | x, \mathbf{p}_x \rangle \langle x, \mathbf{p}_x | j_i^\nu | N, \mathbf{p} \rangle \\ \times \delta^{(3)}(\mathbf{q} - \mathbf{p} - \mathbf{p}_x) \delta(\omega + M - E - E_x) \\ = \sum_{x,N} \frac{1}{2E_{p_x} 2E_p} \langle N, \mathbf{p} | j_i^\mu | x, \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle \langle x, \mathbf{p} + \mathbf{q} | j_i^\nu | N, \mathbf{p} \rangle \delta(\tilde{\omega} + E_p - E_x), \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

dove $\tilde{\omega}$ è la quantità definita come

$$\tilde{\omega} = \omega + E_0 - E_R - E_p. \quad (3.2.12)$$

L'equazione (3.2.12) mette in evidenza come nell'approssimazione impulsiva gli effetti del legame nucleare sul nucleone interagente col neutrino siano considerati mediante la sostituzione $q \rightarrow \tilde{q} = (\tilde{\omega}, \mathbf{q})$. In questo modo si tiene conto del fatto che una parte dell'energia trasferita, $\delta\omega$, va ad incrementare l'energia del sistema spettatore, il ch  implica che il processo di diffusione neutrino-nucleone pu  essere descritto come se avesse luogo nel vuoto, ma con energia trasferita $\tilde{\omega} = \omega - \delta\omega$. Notiamo che, essendo $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}$, nel limite $|\mathbf{p}| \ll M$ si ottiene $\delta\omega = E$, l'energia necessaria a rimuovere il nucleone dal nucleo bersaglio. A questo punto utilizzando l'identit 

$$\frac{\delta(\tilde{\omega} + E_p - E_x)}{2E_x} = \delta((p + \tilde{q})^2 - M_x^2) \quad (3.2.13)$$

la (3.2.12) viene riscritta nella forma

$$w_i^{\mu\nu} = \sum_{x,N} \frac{1}{E_p} \langle N, \mathbf{p} | j_i^\mu | x, \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle \langle x, \mathbf{p} + \mathbf{q} | j_i^\nu | N, \mathbf{p} \rangle \delta((p + \tilde{q})^2 - M_x^2), \quad (3.2.14)$$

che risulta in tutto simile alla (2.1.21), ma dipendente dal momento trasferito \tilde{q} .

A questo punto l'espressione finale del tensore adronico del nucleo bersaglio in approssimazione impulsiva pu  essere scritta come

$$W_A^{\mu\nu} = \int d^3p dE \frac{M}{E_p} [Z P_p(\mathbf{p}, E) w_p^{\mu\nu}(\tilde{q}, p) + (A - Z) P_n(\mathbf{p}, E) w_n^{\mu\nu}(\tilde{q}, p)], \quad (3.2.15)$$

con A numero di nucleoni nel nucleo considerato e Z numero di protoni. Tale   l'espressione pi  generale possibile per $W_A^{\mu\nu}$ e viene scritta per nuclei non isoscalari, cio  con diverso numero di protoni e neutroni. Nel caso di nucleo isoscalare si ha che $P_p(\mathbf{p}, E) = P_n(\mathbf{p}, E) = P(\mathbf{p}, E)$ e $w_i^{\mu\nu} = (w_p^{\mu\nu} + w_n^{\mu\nu})/2$, e la 3.2.15 pu  essere riscritta nella forma seguente

$$W_A^{\mu\nu} = A \sum_i \int d^3p dE \frac{M}{E_p} P(\mathbf{p}, E) w_i^{\mu\nu}(\tilde{q}, p). \quad (3.2.16)$$

Per quanto riguarda la sezione d'urto, con le relazioni appena trovate, potr  essere scritta nella forma

$$\frac{d^2\sigma_{IA}}{d\Omega_\ell dE_\ell} = \sum_i \int d^3p dE P(\mathbf{p}, E) \left[Z \frac{d^2\sigma_p}{d\Omega_\ell dE_\ell} + (A - Z) \frac{d^2\sigma_n}{d\Omega_\ell dE_\ell} \right] \quad (3.2.17)$$

che risulta dunque essere la convoluzione delle sezioni d'urto del processo elementare

$$\nu_\ell(k) + N(p) \rightarrow \ell^-(k') + x(p + \tilde{q}), \quad (3.2.18)$$

la cui forma si ricorda essere

$$\frac{d^2\sigma_{\nu A}}{d\Omega_\ell dE_\ell} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{16\pi^2} \frac{|\mathbf{k}'|}{|\mathbf{k}|} L_{\mu\nu} w_i^{\mu\nu}, \quad (3.2.19)$$

con le funzioni spettrali dei protoni e neutroni del nucleo bersaglio.

3.3 Funzione di Green e funzioni spettrali

Le funzioni di Green sono quantità fondamentali per la descrizione delle proprietà dei nuclei. La funzione di Green a due punti è definita come

$$\begin{aligned} G(\mathbf{p}, E) &= \langle 0 | a_p^\dagger \frac{1}{H - E_0 - E - i\eta} a_p | 0 \rangle - \langle 0 | a_p \frac{1}{H - E_0 + E - i\eta} a_p^\dagger | 0 \rangle \\ &= G_h(\mathbf{p}, E) + G_p(\mathbf{p}, E) \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

dove H è l'hamiltoniana nucleare e $|0\rangle$ è lo stato fondamentale del sistema, con energia E_0 , mentre a_p^\dagger e a_p sono operatori di creazione ed annichilazione di un nucleone di momento \mathbf{p} . La quantità $G_p(\mathbf{p}, E)$ descrive la propagazione di un nucleone per $-E > E_F$, dove E_F è l'energia di Fermi, mentre $G_h(\mathbf{p}, E)$ è definita per $-E < E_F$.

Le funzioni spettrali sono legate in modo semplice alla parte immaginaria della funzione di Green dalle relazioni

$$P_h(\mathbf{p}, E) = \sum_N |\langle \bar{0} | a_p^\dagger | \bar{N}_{A-1} \rangle|^2 \delta(E + E_0 - E_N^{A-1}), \quad (3.3.2)$$

$$P_p(\mathbf{p}, E) = \sum_N |\langle \bar{0} | a_p | \bar{N}_{A+1} \rangle|^2 \delta(E - E_0 + E_N^{A+1}), \quad (3.3.3)$$

dove $|\bar{N}_{A\pm 1}\rangle$ sono gli stati intermedi del sistema ad $A \pm 1$ particelle con energia $E_N^{A\pm 1}$. Le funzioni spettrali $P_h(\mathbf{p}, E)$ e $P_p(\mathbf{p}, E)$ forniscono la probabilità di lasciare il sistema nucleare in uno stato eccitato con energia E rimuovendo o aggiungendo un nucleone di momento \mathbf{p} [66]. Si noti che la funzione $P(\mathbf{p}, E)$ introdotta nella Sezione 3.2, corrisponde a $G_h(\mathbf{p}, E)$, per cui vale l'identità

$$P(\mathbf{p}, E) = \frac{1}{\pi} \text{Im} G_h(\mathbf{p}, E) = P_h(\mathbf{p}, E). \quad (3.3.4)$$

Una descrizione schematica della funzione spettrale può essere ricavata dal *Relativistic Fermi Gas Model* (RFGM) nel quale il nucleo viene schematizzato come un gas degenere di fermioni. In questo schema gli stati ad una particella, con impulso \mathbf{p} , hanno tutti probabilità uno di essere occupati, per $|\mathbf{p}| < k_F$, con k_F l'impulso di Fermi, mentre tutti gli altri stati, corrispondenti a $|\mathbf{p}| > k_F$ vengono considerati vuoti. La funzione spettrale viene allora scritta come

$$P_{RFGM}(\mathbf{p}, E) = \frac{3}{4\pi k_F^3} \Theta(k_F - |\mathbf{p}|) \delta(E - E_k - \bar{\varepsilon}), \quad (3.3.5)$$

dove E_k è l'energia di un nucleone non interagente di momento \mathbf{k} e $\bar{\varepsilon}$ è l'energia media di legame. Le quantità E_k ed $\bar{\varepsilon}$ vengono ottenute da un fit delle sezioni d'urto inclusive elettrone-nucleo nel regime quasi-elastico. Il problema del RFGM è essenzialmente che non descrive il comportamento di particelle che popolano gli stati con momento maggiore di k_F , originati soprattutto dalle correlazioni nucleone-nucleone (NN). A causa di tali correlazioni, il numero di nucleoni con energia $E < E_F$ e $|\mathbf{p}| < k_F$ diminuisce ed il contributo dovuto alle coppie nucleone-nucleone, con $E > E_F$ e $|\mathbf{p}| > k_F$ diventa non trascurabile. Inoltre, calcoli effettuati su diversi

sistemi nucleari, mettono in evidenza come tali contributi siano quasi indipendenti da A per $A > 2$.

Altri modelli teorici più accurati, basati su descrizioni diverse della dinamica nucleare, sono stati utilizzati per il calcolo delle funzioni spettrali. La teoria nucleare a molti corpi permette di effettuare calcoli accurati per nuclei leggeri, con $A = 3$ e 4 ([62, 63]) e per la materia nucleare uniforme con ugual numero di protoni e neutroni [64]. I risultati di questi calcoli sono stati utilizzati con successo per la descrizione delle sezioni d'urto elettrone-nucleo [54].

Le funzioni spettrali di nuclei isospin simmetrici sono state ottenute utilizzando il formalismo basato sulla *Local Density Approximation* (LDA). In questo approccio le informazioni ottenute dalle sezioni d'urto del processo

$$e + A \rightarrow e' + p + (A - 1) , \quad (3.3.6)$$

nel quale l'elettrone diffuso ed il protone rimosso dal nucleo bersaglio vengono rivelati in coincidenza, vengono combinate con i risultati di calcoli teorici accurati, effettuati nel limite $A \rightarrow \infty$ a diverse densità [65].

Utilizzando la rappresentazione di Källan-Lehman, la funzione di Green a due punti (3.3.1) viene riscritta come somma di due differenti contributi. Il primo, $P_{MF}(\mathbf{p}, E)$, è un termine di campo medio che descrive i contributi associati a stati legati del sistema di $A - 1$ nucleoni. È conveniente parametrizzare $P_{MF}(\mathbf{p}, E)$ nella forma

$$P_{MF}(\mathbf{p}, E) = \sum_n Z_n |\phi_n(\mathbf{p})|^2 F_n(E - E_n), \quad (3.3.7)$$

dove $\sqrt{Z_n} \phi_n(\mathbf{p})$ è la funzione d'onda che descrive il nucleone nello stato n —la cui normalizzazione $Z(\mathbf{p}) < 1$ è detta anche fattore spettroscopico—e la somma include tutti gli stati occupati, appartenenti al mare di Fermi. La dipendenza dall'energia è descritta dalla funzione $F_n(E - E_n)$, fortemente piccata a $E \approx E_n$ [55]. In assenza di correlazioni, la funzione $F_n(E - E_n)$ si riduce alla $\delta(E - E_n)$, e $Z_n = 1$.

Il secondo termine della funzione di Green, $P_{\text{corr}}(\mathbf{p}, E)$, descrive i contributi che derivano dalle correlazioni nucleone-nucleone, il cui effetto è la comparsa di stati del sistema di $A - 1$ nucleoni nei quali una o più particelle occupano livelli energetici appartenenti allo spettro continuo. Di conseguenza, la funzione spettrale si estende fino a grandi valori di energia ed impulso. Utilizzando la LDA, la parte della funzione spettrale dovuta alle correlazioni può essere scritta come

$$P_{\text{corr}}(\mathbf{p}, E) = \int d^3r \rho_A(\mathbf{r}) P_{\text{corr}}^{NM}(\mathbf{p}, E; \rho = \rho_A(\mathbf{r})), \quad (3.3.8)$$

dove $\rho_A(\mathbf{r})$ è la distribuzione della densità nucleare e $P_{\text{corr}}^{NM}(\mathbf{p}, E; \rho = \rho_A(\mathbf{r}))$ è la componente di correlazione della funzione spettrale della materia nucleare uniforme a densità ρ .

Nel caso di nuclei con un significativo eccesso di neutroni, come l'isotopo dell'argon ${}^{40}_{18}\text{Ar}$, è necessario tenere conto della differenza tra la funzione spettrale dei protoni a quella dei neutroni. Secondo la semplice procedura proposta da Ankowski e Sobczyc [67] tale correzione può essere approssimata con l'espressione

$$P_{\text{vec}}(\mathbf{p}, E) = \frac{N - Z}{2} \frac{1}{4\pi k_F^2} \delta(|\mathbf{p}| - k_F) \delta(E - E_F). \quad (3.3.9)$$

e l'espressione risultante per la funzione spettrale sarà

$$P_{LDA}(\mathbf{p}, E) = \frac{N + Z}{2} [P_{MF}(\mathbf{p}, E) + P_{\text{corr}}(\mathbf{p}, E)] + P_{\text{vec}}(\mathbf{p}, E), \quad (3.3.10)$$

con la condizione di normalizzazione

$$\int d^3p dE P_{LDA}(\mathbf{p}, E) = 1. \quad (3.3.11)$$

Come ultima notazione si ricorda che il modello LDA si basa sull'assunzione che la dinamica nucleare a corto raggio non sia dipendente da effetti di superficie o di shell. Tale assunzione è convalidata dai calcoli teorici sulla distribuzione dei momenti nucleari, definita come

$$n(\mathbf{p}) = \int dE P(\mathbf{p}, E) = \langle 0 | a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}} | 0 \rangle, \quad (3.3.12)$$

con $a_{\mathbf{p}}^\dagger$ e $a_{\mathbf{p}}$ operatori di creazione ed annichilazione di un nucleone di momento \mathbf{p} . I risultati di questi calcoli mostrano che nella regione $|\mathbf{p}| \gtrsim 350 \text{ Mev}$, dove dominano le correlazioni nucleone-nucleone, la quantità $n(\mathbf{p})/A$ è indipendente da A per $A > 2$.

3.4 Interazioni nello stato finale

Come sottolineato nella sezione precedente, la sezione d'urto inclusiva risulta sensibile solo alle interazioni che avvengono a distanze $\sim 1/|\mathbf{q}|$ dal vertice dell'interazione primaria. È quindi ragionevole attendersi che, a grandi impulsi trasferiti, l'effetto delle interazioni nello stato finale (FIS) tra l'adrone prodotto nel vertice e i nucleoni spettatori diano contributo trascurabile. Effettivamente tale ipotesi è uno dei fondamenti dell'approssimazione impulsiva, basata sulla fattorizzazione dello stato finale. Tuttavia, per valori intermedi di $|\mathbf{q}|$, le correzioni dovute alle FSI sono apprezzabili, e devono quindi essere incluse nel calcolo della sezione d'urto.

Se, per esempio, si prende in esame il processo quasi-elastico, le interazioni da stato finale generano sulla sezione d'urto inclusiva due effetti principali: uno shift nella dipendenza dall'energia trasferita, ω , dovuto all'interazione tra il nucleone prodotto ed il campo medio generato dal sistema spettatore, e l'allargamento del picco situato a $\omega \approx Q^2/2M$. Quest'ultimo è accompagnato da una diminuzione del valore del massimo e dalla comparsa di code, dovute alle correlazioni nucleone-nucleone

Differenti sono gli approcci utilizzati per lo studio delle FSI, come per esempio quello basato sul modello del potenziale ottico [68]. Uno schema che permette di tenere conto in modo consistente del contributo delle FSI, risulta essere il formalismo delle funzioni spettrali, derivato in [69] e applicato con successo all'analisi delle sezioni d'urto elettromagnetiche.

In questa tesi, nella quale verrà studiata principalmente la regione di alta energia, nella quale quindi saranno dominanti i processi inelastici, le FSI vengono trascurate.

Capitolo 4

Sezione d'urto Neutrino-Argon

In questo capitolo verranno presentati i contributi originali della Tesi e verranno introdotti nell'ambito delle precedenti ricerche su tale argomento. Come visto nelle varie sezioni, molto ampia è la letteratura riguardo lo studio della sezione d'urto neutrino-nucleo, poichè numerosi sono gli utilizzi dei risultati nei vari campi (oscillazione di neutrini, etc).

Il formalismo con cui si è proceduto al calcolo è conforme a quello presentato nei precedenti capitoli e verrà strutturato in analogia a quanto fatto per il Capitolo 2, dividendo quindi la presentazione dei risultati in base al range energetico.

Per quanto riguarda i parametri fondamentali, è stato portato avanti lo studio dei processi scegliendo come valore della massa assiale $M_A = 1.03$ e dell'impulso di Fermi $\mathbf{k}_F = 0.251\text{Gev}$, in accordo con Artur M. Ankowski [67] con il quale si è collaborato per lo sviluppo dei risultati di questa tesi.

Si sottolinea nuovamente che in questa Tesi non sono state considerate le interazioni di stato finale nel calcolo delle sezioni d'urto differenziali e totali. Rimandando la motivazione di tale scelta a quella già asserita nel capitolo precedente, viene ribadita la necessità in futuro di integrare le FSI per migliorare il modello teorico utilizzato.

Un primo interessante risultato è dato dalla sezione d'urto doppiamente differenziale $d^2\sigma/d\Omega d\omega$, mostrata in **Figs.4.1,4.2,4.3,4.4** e calcolata secondo la (3.2.18). Il calcolo di tale funzione è stato effettuato utilizzando tre diverse parametrizzazioni per i fattori di forma vettoriali: la parametrizzazione dipolo, la parametrizzazione di Kelly [70] e la parametrizzazione BBBA [71]. L'approssimazione dipolo è stata già discussa nel Capitolo 2 dove è stato riportato l'andamento in funzione di q^2/M_V^2 . L'approssimazione di Kelly e la BBBA si propongono di migliorare il comportamento della sezione d'urto al picco del canale in esame, attraverso la rimodulazione della dipendenza dei fattori di forma da q^2/M_V^2 . In particolare Kelly prende in esame la distribuzione in Q^2 della sezione d'urto, per averne una migliore stima rispetto alla parametrizzazione dipolo. In questo senso il problema maggiore è il comportamento delle code, poichè molte parametrizzazioni proposte tendono a migliorare $d\sigma/dQ^2$ a grandi valori di Q^2 peggiorando la stima della stessa per piccoli valori di Q^2 , o viceversa, rispetto l'approssimazione dipolo. Kelly dà un'espressione generale

ai fattori di forma $G_{Ep}, G_{Mp}/\mu_p$ e G_{Mn}/μ_n , che viene scritta come

$$G(Q^2) \propto \frac{\sum_{k=0}^n a_k \tau^k}{1 + \sum_{k=1}^{n+2} b_k \tau^k} \quad (4.0.1)$$

dove $\tau = Q^2/4m_p^2$, con m_p massa del protone ed a_k e b_k parametri liberi del fit. Il grado del denominatore è calcolato in maniera tale che a grandi Q^2 il comportamento asintotico sia $G \propto Q^{-4}$. Per quanto riguarda G_{En} tale approccio non è soddisfacente a causa dei pochi dati, per cui viene parametrizzato nella forma

$$G_{En}(Q^2) = \frac{A\tau}{1 + B\tau} \frac{1}{(1 + Q^2/\Lambda^2)^2} \quad (4.0.2)$$

dove A e B sono i parametri del fit e con $\Lambda^2 = 0.71 \text{Gev}^2$.

L'approssimazione BBBA è molto simile alla Kelly, i fattori di forma vengono infatti presi nella stessa forma della 4.0.1, ma pone due ulteriori condizioni sul fit. La prima è che

$$\left(\frac{G_{en}}{G_{mn}} \right)^2 = \left(\frac{G_{ep}}{G_{mp}} \right)^2 \quad (4.0.3)$$

che segue dalla *local electric-magnetic duality*, mentre la seconda, basata sulle regole di somma della QCD, può essere formulata secondo la seguente espressione

$$\left(\frac{G_{mn}}{G_{mp}} \right)^2 = \frac{1 + 4\frac{d}{u}}{4 + \frac{d}{u}}, \quad (4.0.4)$$

dove la quantità d/u è una costante che gli autori hanno scelto di prendere uguale a 0.2 [71]. La differenza nelle tre parametrizzazioni viene apprezzata nel canale QE , mentre nel canale di produzione di risonanze e nel DIS queste sono studiate per riprodurre l'andamento della dipol parametrization. Tutte e tre le parametrizzazioni hanno comportamento asintotico $\propto Q^{-4}$ per grandi valori di Q^2 .

L'approssimazione dipolo, come mostrato in figura, tende a sovrastimare la sezione d'urto doppiamente differenziale mentre le altre due differenti parametrizzazioni riproducono in maniera più accurata la posizione del picco del canale energetico in esame. Il calcolo è stato effettuato per differenti valori di E_ν (5,20,30,40,50Gev), tenendo invece fisso l'angolo di emissione del leptone carico $\theta_l = 30^\circ$. In **Figs.4.1,4.2** è rappresentata la sezione d'urto doppiamente differenziale rispettivamente per $E_\nu = 10\text{Gev}$ e per $E_\nu = 40\text{Gev}$ nel canale quasi-elastico. In **Figs.4.3,4.4** $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ nei canali RES e DIS per $E_\nu = 10\text{Gev}$; come detto in precedenza, per questi due canali le tre parametrizzazioni riproducono esattamente lo stesso andamento della funzione.

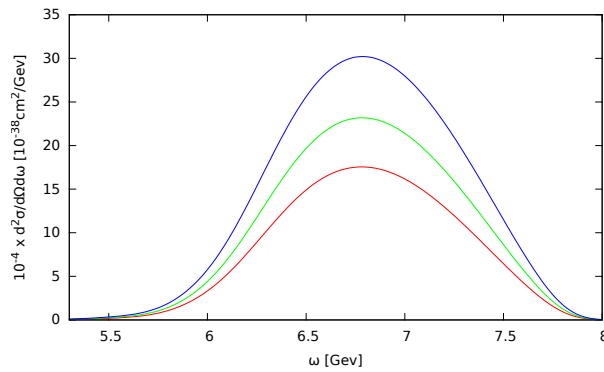


Figura (4.1). $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ nel canale quasi-elastico, per ν_τ con $E_\nu = 10 \text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto doppiamente differenziale parametrizzata con la BBBA, la linea verde con il Kelly fit, la linea blu con la parametrizzazione dipolo.

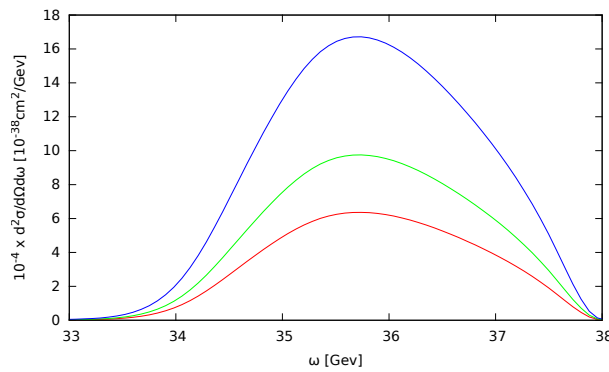


Figura (4.2). Stesso caso della 4.1 ma con $E_\nu = 40 \text{ GeV}$.

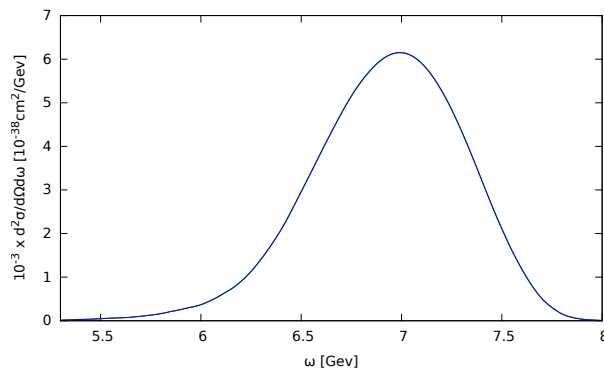


Figura (4.3). Sezione d'urto doppiamente differenziale nel canale di produzione di risonanze, per ν_τ con $E_\nu = 10 \text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$. Le tre parametrizzazioni coincidono perfettamente.

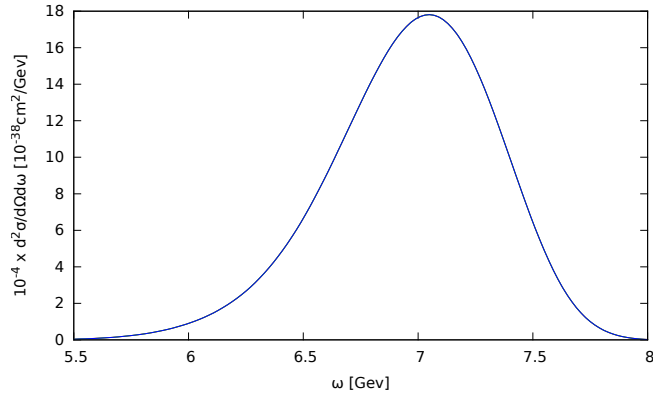


Figura (4.4). Sezione d'urto doppiamente differenziale nel canale profondamente inelastico, per ν_τ con $E_\nu = 10\text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$. Le tre parametrizzazioni coincidono perfettamente.

Di seguito verranno descritti in dettaglio i risultati singolarmente per i tre canali energetici. Risulta tuttavia di particolare interesse stabilire per quali valori energetici un canale risulta maggiormente significativo rispetto ad un altro e come, a seconda del sapore del fascio di neutrini in esame, vari il peso dei tre canali. In **Fig.4.5** viene presentata la sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_μ e ν_τ divisa nei tre canali.

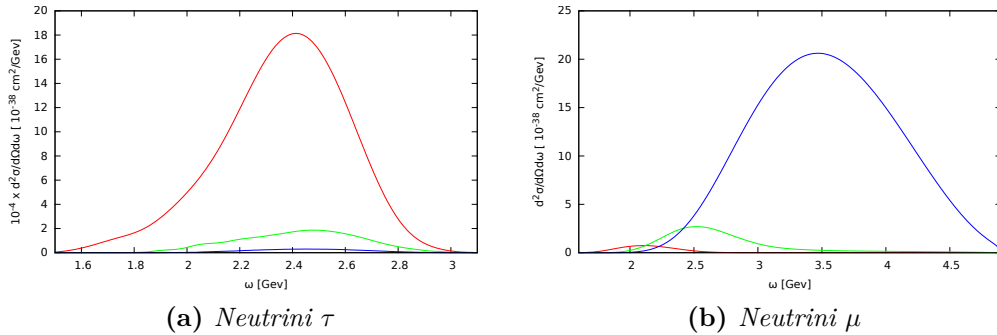


Figura 4.5. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ a $E_\nu = 5\text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il canale RES e la blu il DIS.

La minore massa del μ fa sì che nel caso di neutrini muonici il canale quasi-elastico del processo si apra molto prima rispetto a quello per i neutrini τ e ciò implica che ad energie di pochi GeV, per ν_μ il processo sia già dominato dal canale profondamente inelastico, mentre per i neutrini τ si abbia il picco del QE. In generale il picco di tutti e tre i canali è shiftato verso energie trasferite più basse per i ν_τ rispetto al caso dei ν_μ .

In **Figs.4.6,4.7** viene mostrata la sezione d'urto doppiamente differenziale $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ nei tre canali, per ν_τ , rispettivamente ad $E_\nu = 10\text{ GeV}$ ed $E_\nu = 20\text{ GeV}$,

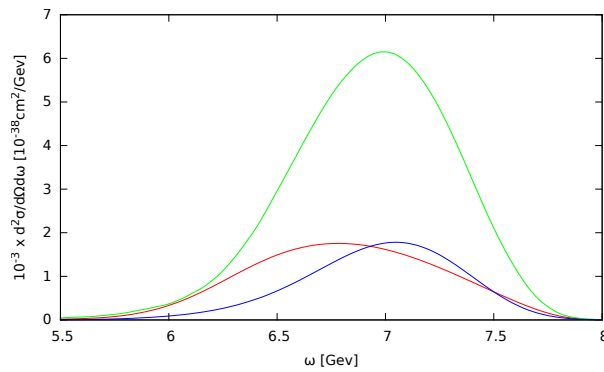


Figura (4.6). Sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_τ con $E_\nu = 10 \text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$.
La linea rossa rappresenta il canale *QE*, la verde il *RES* e la linea blu il *DIS*.

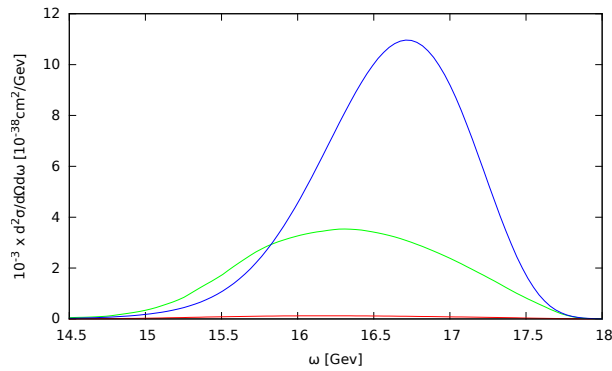


Figura (4.7). Sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_τ con $E_\nu = 20 \text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$.
La linea rossa rappresenta il canale *QE*, la verde il *RES* e la linea blu il *DIS*.

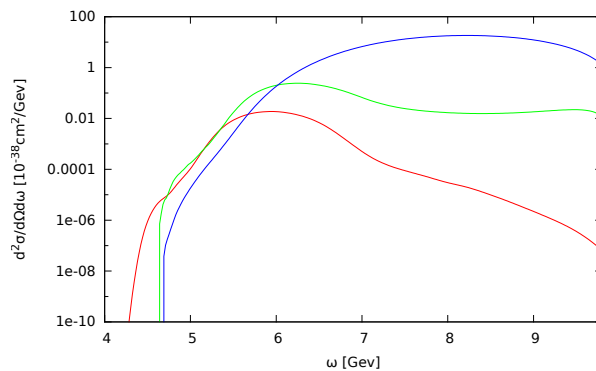


Figura (4.8). Sezione d'urto doppiamente differenziale per ν_μ con $E_\nu = 10 \text{ GeV}$ e $\theta_l = 30^\circ$.
La linea rossa rappresenta il canale *QE*, la verde il *RES* e la linea blu il *DIS*.

mentre in **Fig.4.8** per ν_μ . L'asse \vec{y} è in scala logaritmica poichè ad $E_\nu = 10 \text{ GeV}$,

nel caso dei ν_μ , il canale profondamente inelastico dà contributo maggiore rispetto al QE ed al RES, tanto da renderli trascurabili.

Il peso dei canali dipende, oltre che dall'energia del fascio incidente, anche dal differente angolo di emissione del leptone carico. Ciò è dovuto al fatto che il momento trasferito dipende dal coseno dell'angolo di emissione ed è dunque massimo per $\theta_l = 0$. Ne consegue che ad angoli minori corrispondono leptoni emessi con energia maggiore, il che spiega come mai a parità di energia il peso dei tre canali sulla sezione d'urto totale possa variare in maniera così drastica. In **Fig.4.9** viene mostrato come al variare dell'angolo θ_l cambi il peso dei canali, tenendo invece fisso il valore di $E_\nu = 7$ Gev.

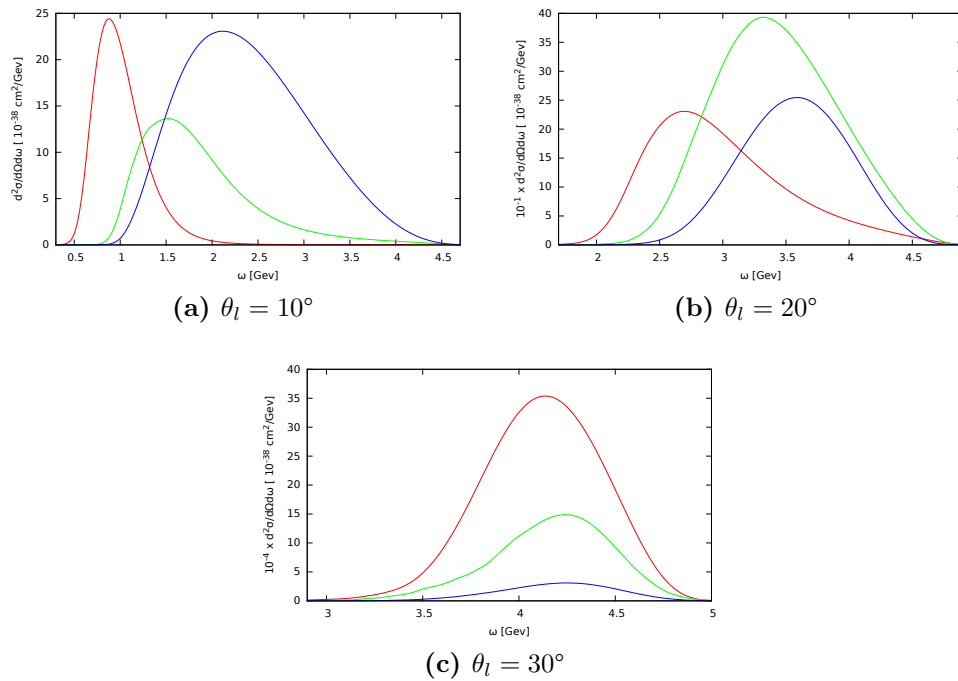


Figura 4.9. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ a $E_\nu = 7$ Gev. La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il canale RES e la blu il DIS.

Come ultimo confronto vengono di seguito mostrate le sezioni d'urto totali. In **Fig.4.10** è mostrata la sezione d'urto totale con i relativi pesi dei tre intervalli energetici, mentre in **Fig.4.11** viene posto a confronto la sezione d'urto totale per neutrini μ e per neutrini τ .

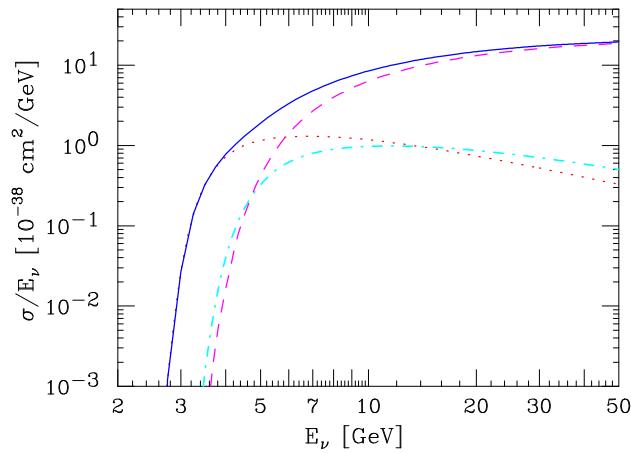


Figura (4.10). Sezione d'urto totale sull'energia E_ν per ν_τ a $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa a puntini rappresenta il canale QE, la linea celeste a tratti e punti il RES, la viola tratteggiata il DIS e la blu continua la sezione d'urto totale sommata nei tre canali.

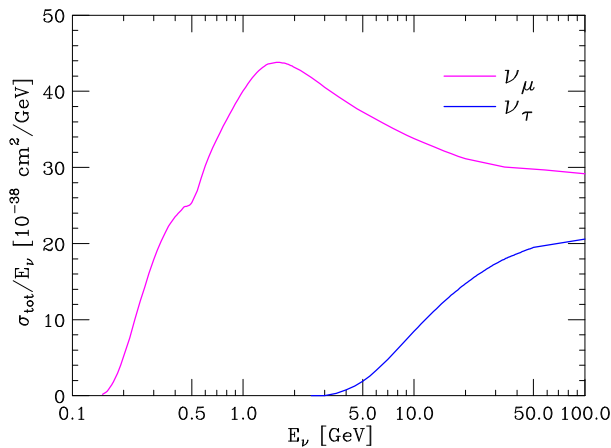


Figura (4.11). Sezione d'urto totale sull'energia E_ν per $\theta_l = 30^\circ$. La linea blu rappresenta σ/E_ν per neutrini τ , mentre la viola per i neutrini μ .

4.1 Canale Quasi-Elastico

Come analizzato nel capitolo precedente, con canale quasi-elastico si intende il range energetico il cui intervallo è compreso tra i 700MeV ed i 5GeV, dove nel limite superiore la regione in esame si sovrappone a quella di produzione di risonanze. Data la grande massa del leptone τ , $m_\tau = 1.77\text{GeV}$, la regione cinematica per processi di scattering QE è molto limitata rispetto agli stessi processi che coinvolgono neutrini muonici od elettronici. Ne deriva che il contributo quasi-elastico alla sezione d'urto totale, nel caso di ν_τ , risulti meno significativo rispetto agli altri canali, di maggiore energia.

In questo senso lo studio della sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita rende apprezzabile il piccolo contributo del canale QE per i neutrini τ se confrontata con neutrini di altro sapore. Dalla **Fig.4.12** ($E_\nu = 5\text{Gev}$) si può subito notare la grande differenza di valori che assume $d\sigma/d\omega$ nel caso di neutrini muonici (linea verde) e nel caso di neutrini τ (linea rossa).

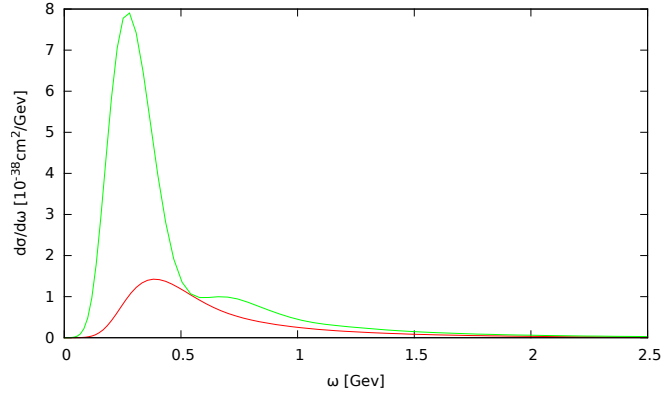


Figura (4.12). Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita ω nel canale quasi-elastico ad $E_\nu = 5\text{Gev}$ e $\theta_\nu = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta la funzione per neutrini τ mentre la linea verde per neutrini μ .

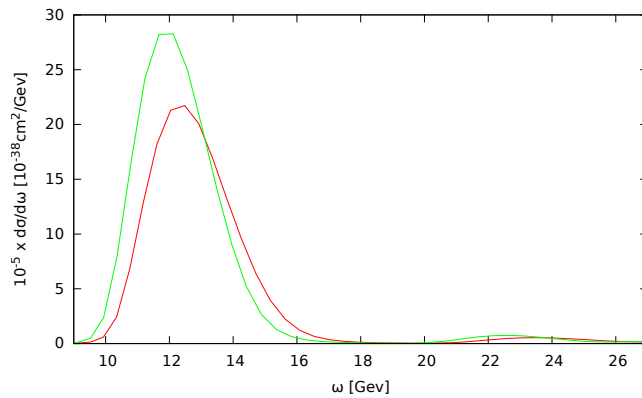


Figura (4.13). Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita ω nel canale quasi-elastico ad $E_\nu = 40\text{Gev}$ e $\theta_\nu = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta $d\sigma/d\omega$ per neutrini τ mentre la linea verde per neutrini μ .

Il maggior protagonista di tale difformità è senza dubbio la massa del leptone uscente nei due differenti casi, che per i leptoni τ risulta essere $m_\tau = 1.77\text{Gev}$ mentre per i leptoni μ è $m_\mu = 150\text{Mev}$. Tale differenza ha effetto in primis sulla grandezza della regione cinematica in cui è possibile produrre il leptone ed in secondo luogo, come mostrato da Lalakulich in [40], l'aumento della massa del leptone è causa della diminuzione della sezione d'urto, oltre ad un leggero shift del picco del canale energetico. La dipendenza di $d\sigma/d\omega$ dalla massa del leptone viene tuttavia attenuata, livellando dunque la differenza dei valori assunti dalla sezione d'urto doppiamente

differenziale nel caso dei due sapori, aumentando l'energia del fascio di neutrini. In questo modo i leptoni carichi verranno emessi con energia maggiore rendendo meno significativo il valore della massa. Il comportamento appena descritto è ben evidenziato in **Fig.4.13**, dove $E_\nu = 40\text{Gev}$ e $\theta_l = 30^\circ$. La linea verde rappresenta $d\sigma/d\omega$ per i neutrini μ mentre la linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale nel caso dei neutrini τ .

Un importante fattore di incertezza nel calcolo delle sezioni d'urto è dato dal fattore di forma pseudoscalare F_p (Appendice B). In particolare si è studiato come questo giochi un ruolo estremamente importante nei processi di diffusione che coinvolgono ν_τ proprio a causa del fatto che tale fattore di forma contribuisca in maniera proporzionale alla massa del leptone emesso. In **Fig.4.14** viene mostrata la discrepanza risultante dal calcolo della sezione d'urto $d\sigma/d\omega$ con e senza il contributo di F_p .

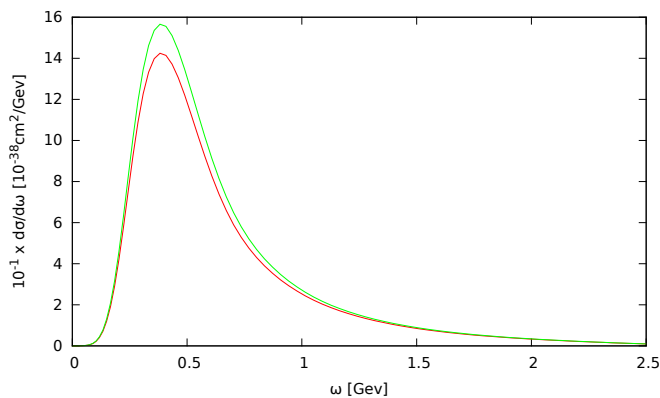


Figura (4.14). Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia trasferita ω nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 5\text{Gev}$ e $\theta_\nu = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta $d\sigma/d\omega$ con $F_p \neq 0$ e la linea verde rappresenta la stessa funzione per $F_p = 0$.

Risulta dunque evidente come le correzioni proporzionali alla massa del leptone uscente contribuiscano ad abbassare il picco della funzione e ad incrementare il peso delle code [52].

Il ruolo del fattore di forma pseudoscalare F_p è stato ampiamente studiato in Appendice B ed è stato messo in luce il suo contributo, tutt'altro che trascurabile, nei processi di diffusione per neutrini τ . La differenza maggiore tra i due casi, $F_p = 0$ ed $F_p \neq 0$, coinvolge lo studio della sezione d'urto differenziale in funzione della massa invariante del sistema $d\sigma/dQ^2$, dove

$$Q^2 = 2E_\nu E_l \left(1 - \frac{|\mathbf{k}_l|}{E_l} \cos\theta_l \right) - m_l^2 \quad (4.1.1)$$

dove $E_l = E_\nu - \omega$, $\mathbf{k}_l = \sqrt{(E_\nu - \omega)^2 - m_l^2}$ e m_l sono rispettivamente l'energia, l'impulso e la massa del leptone emesso. Si può dunque scrivere la sezione d'urto $d\sigma/dQ^2$ come

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = 2\pi \int d\cos\theta_l d\omega \frac{d^2\sigma}{d\Omega_l d\omega} \delta\left(Q^2 - 2E_\nu E_l \left(1 - \frac{|\mathbf{k}|}{E_l} \cos\theta_l\right) + m_l^2\right). \quad (4.1.2)$$

Tale espressione, se integrata, porta alla forma utilizzata nel programma per il calcolo della distribuzione in Q^2 :

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = 2\pi \int_0^{\omega_{max}} d\omega \frac{1}{2E_\nu |\mathbf{k}_l|} \frac{d^2\sigma}{d\omega dQ^2} \Big|_{\cos\theta_l = \cos\bar{\theta}_l} \quad (4.1.3)$$

dove $\cos\bar{\theta}_l = \frac{2E_\nu E_l - Q^2 - m_l^2}{2E_\nu |\mathbf{k}_l|}$, mentre $\omega_{max} = E_\nu - \frac{Q^2 + m_l^2}{4E_\nu} - \frac{m_l^2}{2} \frac{4E_\nu}{Q^2 + m_l^2}$.

In **Fig.4.15** viene espressa $d\sigma/dQ^2$ in funzione di Q^2 per $E_\nu = 20\text{Gev}$, mentre in **Fig.4.16** $E_\nu = 40\text{Gev}$.

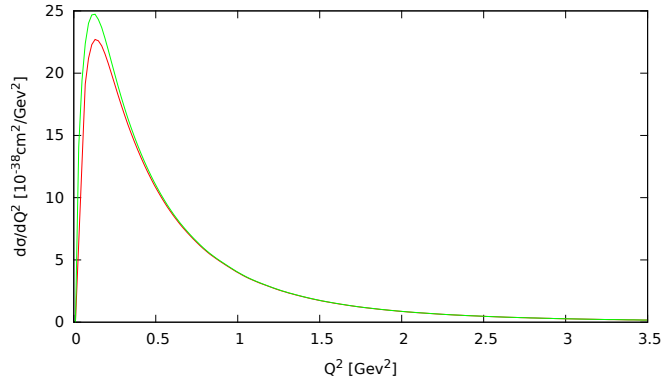


Figura (4.15). Sezione d'urto differenziale nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 20\text{Gev}$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale con $F_p \neq 0$ mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per $F_p = 0$.

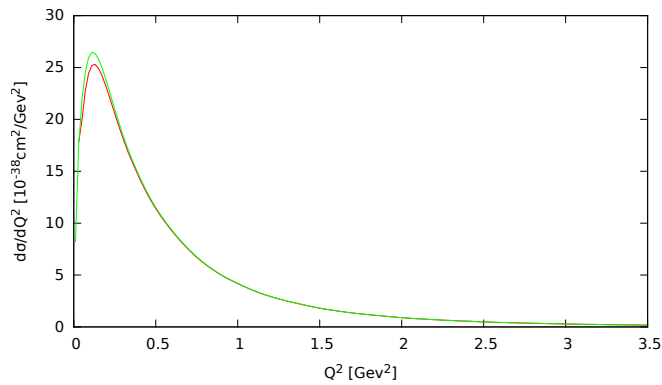
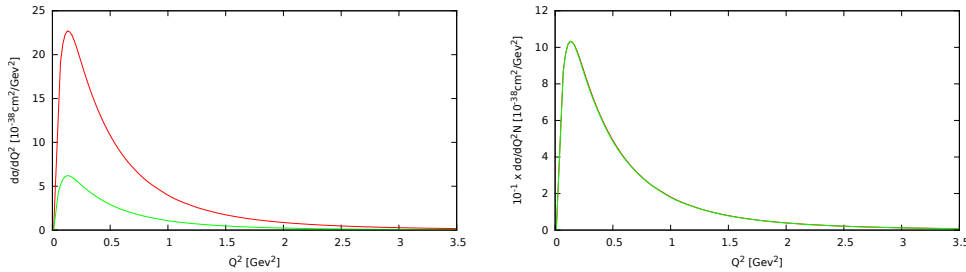


Figura (4.16). Stesso caso della 4.15 ma con $E_\nu = 40\text{ Gev}$.

Come detto in precedenza il contributo del fattore di forma pseudoscalare è proporzionale alla massa del leptone emesso, ne risulta che aumentando l'energia

del fascio incidente la discrepanza tra la sezione d'urto differenziale con F_p e quella senza F_p diminuisca significativamente. In particolare, per $E_\nu = 20\text{Gev}$, la sezione d'urto differenziale senza il fattore di forma pseudoscalare risulta $14.42 \cdot 10^{-38}\text{cm}^2$ mentre senza F_p risulta $14.954 \cdot 10^{-38}\text{cm}^2$. La $d\sigma/dQ^2$ nei due casi differisce del $\sim 3.7\%$. Aumentando l'energia del fascio a 40Gev la differenza tra i due casi cala a $\sim 2\%$ segno di quanto detto in precedenza, cioè che essendo il contributo di F_p proporzionale alla massa del leptone prodotto, aumentando l'energia diminuisce il suo peso.

Un confronto utile a sottolineare l'andamento della 3.2.18, è quello che può essere mostrato con l'Argon ed il Carbonio, dato che quest'ultimo è un nucleo isoscalare, molto più leggero d'Argon ed anch'esso tra i possibili nuclei che verranno utilizzati nel Near Detector.



(a) Non normalizzata al numero di neutroni. (b) Normalizzata al numero di neutroni.

Figura 4.17. $d\sigma/dQ^2$ per ν_τ con $E_\nu = 20\text{Gev}$ a $\theta_l = 30^\circ$. La linea rossa rappresenta la distribuzione in Q^2 per l'Argon, la verde per il Carbonio. Si ricorda che il numero di massa atomica per il carbonio è $A = 12$, mentre per l'argon è $A = 40$.

Come si evince in **Fig.4.17** il contributo principale alla sezione d'urto differenziale, in termini di proprietà nucleari, è dato ovviamente dal numero di massa atomica A . Le restanti differenze nell'andamento e nei valori di $d\sigma/dQ^2$ sono dovute alle proprietà intrinseche dei nuclei in questione, come l'isoscalarità del Carbonio, proprietà di cui non gode l'Argon, andando dunque a caratterizzare la risposta nucleare alla diffusione a seconda dell'energia del fascio incidente.

In **Figs.4.18,4.19**, in cui vengono messe a confronto le $d\sigma/dQ^2$ normalizzate al numero di neutroni, viene mostrato come al cresce dell'energia la differenza tra le sezioni d'urto sia data, in maniera sempre maggiore, unicamente dal differente numero di massa atomica¹. Per $E_\nu = 5\text{Gev}$ si nota chiaramente che la distribuzione in Q^2 per il Carbonio ha il picco ad un valore maggiore rispetto a quello dell'Argon e tale picco risulta molto più rastremato e shiftato leggermente verso valori più piccoli di ω .

¹Tale andamento è dovuto alla costruzione del modello teorico, avendo trascurato le FSI. Queste infatti hanno comportamento non banale in funzione di E_ν e non diventano trascurabili all'aumentare dell'energia.

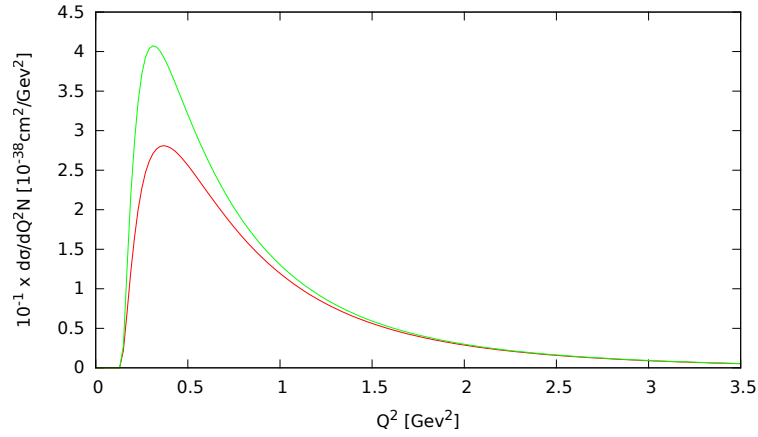


Figura (4.18). Sezione d'urto differenziale nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 5 \text{ GeV}$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale per l'Argon mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per il Carbonio, normalizzate al numero di neutroni N .

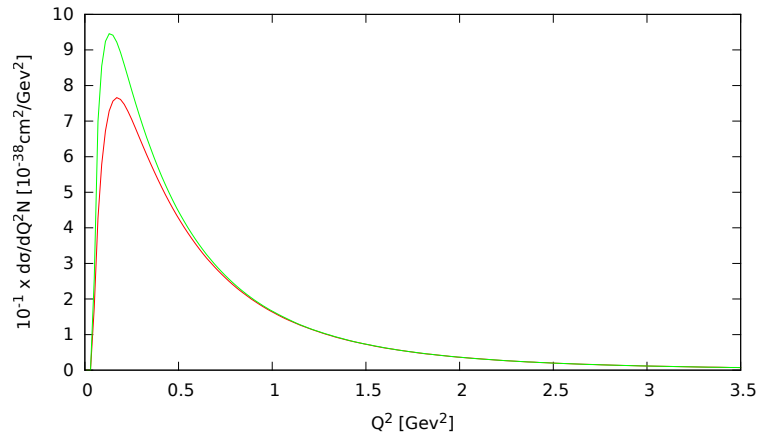


Figura (4.19). Sezione d'urto differenziale nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 10 \text{ GeV}$. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale per l'Argon mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per il Carbonio, normalizzate al numero di neutroni N .

Si fa presente inoltre che, dato che come detto il Carbonio è isoscalare, la 3.2.18 si riduce alla seguente forma

$$\frac{d^2 \sigma_{\nu A}}{dE_l d\Omega_l} = \sum_i \int dE d^3 p P(\mathbf{p}, E) \frac{M}{E_p} \frac{d^2 \sigma_{\nu N}}{dE_l d\Omega_l}. \quad (4.1.4)$$

Infine viene riportato in **Fig.4.20** la sezione d'urto totale per $E_\nu = 40 \text{ GeV}$. Come in precedenza viene confrontato il caso ad $F_p \neq 0$ ed il caso ad $F_p = 0$.

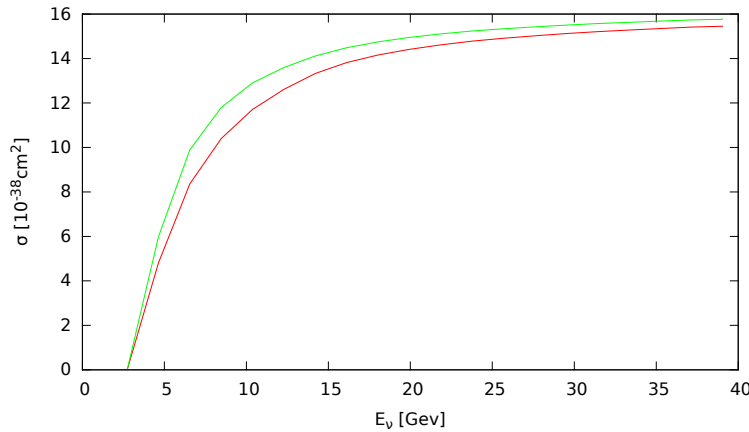


Figura (4.20). Sezione d'urto integrata nel canale quasi-elastico con $E_\nu = 40$ GeV nel caso di $F_p \neq 0$ (linea rossa) ed $F_p = 0$ (linea blu).

4.2 Canale di Produzione di Risonanze

Il canale di produzione di risonanze dà il suo contributo massimo alla sezione d'urto totale, nel caso di neutrini τ , nell'intervallo 5 – 15 GeV e diventa sempre meno significativo per grandi valori dell'energia. Come detto nel Capitolo 2 oltre il piccolo quasi-elastico vengono identificate due regioni di produzione di risonanza dette "prima" e "seconda". Nella prima regione il contributo dominante è dato dalla risonanza $\Delta(1232)$ o $P_{33}(1232)$, mentre nella seconda i contributi maggiori vengono dalle $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$ e la $S_{11}(1535)$. Per quanto riguarda i neutrini μ esiste un'ampia regione nella quale il contributo della risonanza $\Delta(1232)$ risulta dominante su quello delle risonanze della seconda regione, mentre nel caso dei neutrini τ tale intervallo energetico è estremamente ristretto. Nel caso dei ν_μ il picco del RES si attesta attorno a 1.8 GeV (**Fig.4.21**), per cui la regione cinematica di produzione delle risonanze più pesanti $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$ e $S_{11}(1535)$ risulta molto stretta se invece si tiene presente che già a 2 GeV il contributo del DIS risulta maggiore di quello del RES. È chiaro dunque perchè la risonanza $\Delta(1232)$ dia il contributo maggiore alla sezione d'urto (**Fig.4.22**). Inoltre aumentando l'energia del fascio incidente, si allarga la regione cinematica di produzione delle risonanze più pesanti, ma il contributo dominante al processo sarà dato dal canale profondamente inelastico e quindi i termini dati dalle risonanze della seconda regione avranno un peso molto basso sulla sezione d'urto.

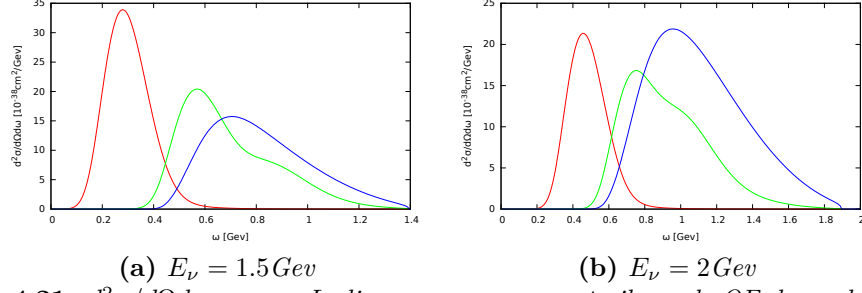


Figura 4.21. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_μ . La linea rossa rappresenta il canale QE, la verde il canale RES e la blu il DIS.

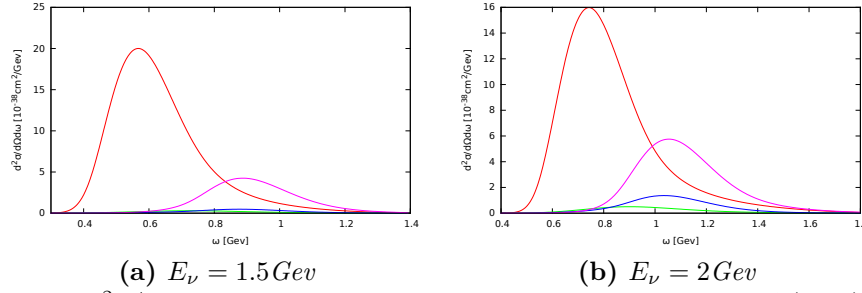


Figura 4.22. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_μ . La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$.

Per i ν_τ il discorso è analogo, ma il picco della produzione di risonanze si ha intorno ai 10GeV, come mostrato in **Fig.4.23**, per cui la regione cinematica di produzione delle risonanze $P_{11}(1440), D_{13}(1520)$ e $S_{11}(1535)$ è sufficientemente larga da far sì che il contributo di queste sia maggiore di quello della $P_{33}(1232)$. Di seguito vengono presentati i risultati per la sezione d'urto doppiamente differenziale, evidenziando i pesi delle quattro risonanze analizzate, per differenti valori di E_ν , tenendo fisso $\theta_\nu = 30^\circ$.

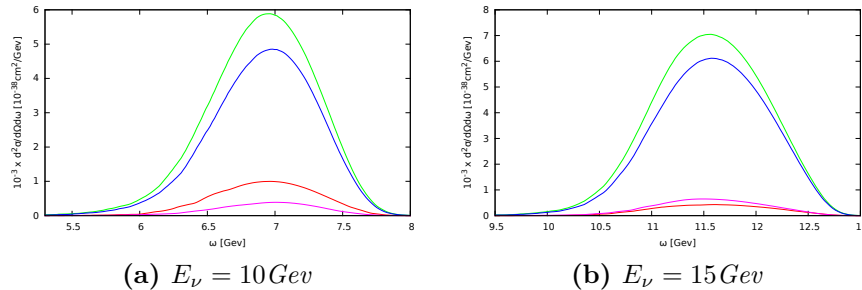


Figura 4.23. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_τ . La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$.

Come per il capitolo precedente vengono messi a confronto i risultati per l'Argon e per il Carbonio. In questa sezione si è scelto di mettere a confronto i pesi delle varie risonanze sulla sezione d'urto doppiamente differenziale dell'Argon e del Carbonio, sottolineando così come la differente struttura nucleare influisca sulla produzione delle relative risonanze.

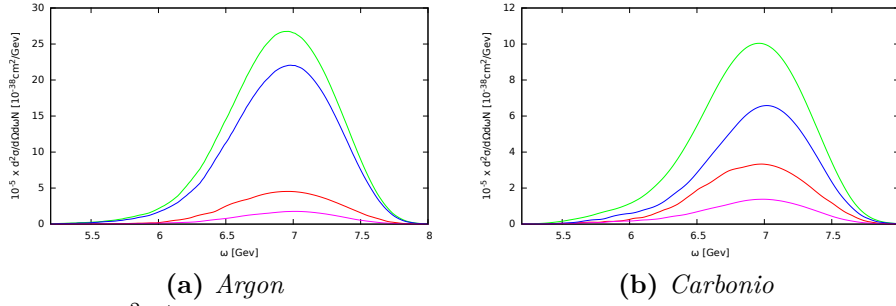


Figura 4.24. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_τ a $E_\nu = 10\text{GeV}$. La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$. La funzione è normalizzata al numero N di neutroni.

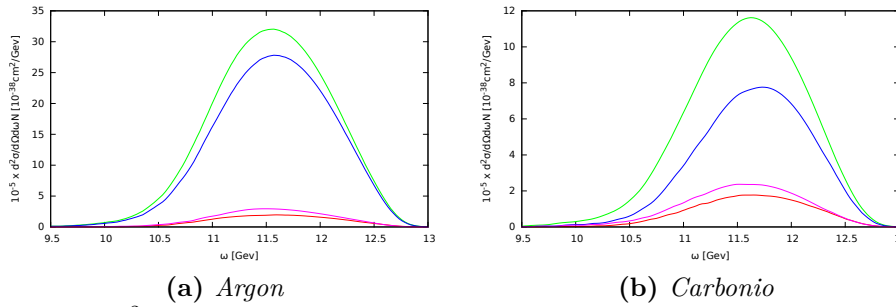


Figura 4.25. $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ per ν_τ a $E_\nu = 15\text{GeV}$. La linea rossa rappresenta la risonanza $\Delta(1232)$, la verde $P_{11}(1440)$, la blu $S_{11}(1535)$ e la viola $D_{13}(1520)$. La funzione è normalizzata al numero N di neutroni.

In **Figs.4.24,4.25** vengono mostrate le $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ normalizzate al numero di neutroni per i due atomi.

Per completare il discorso sulla produzione di risonanze viene mostrata la distribuzione in Q^2 nel caso dell'Argon ad $E_\nu = 10\text{GeV}$, messa a confronto tra neutrini τ e μ .

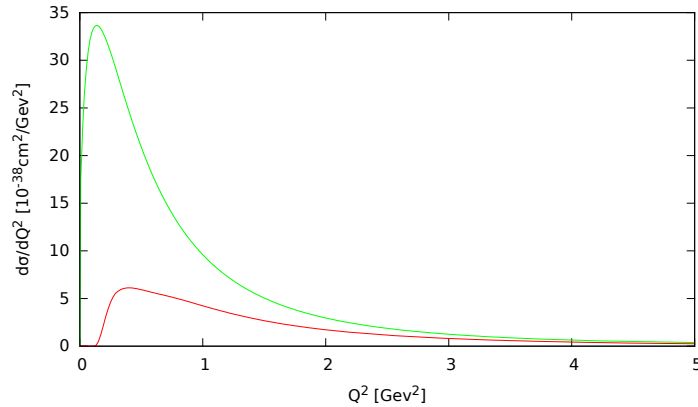


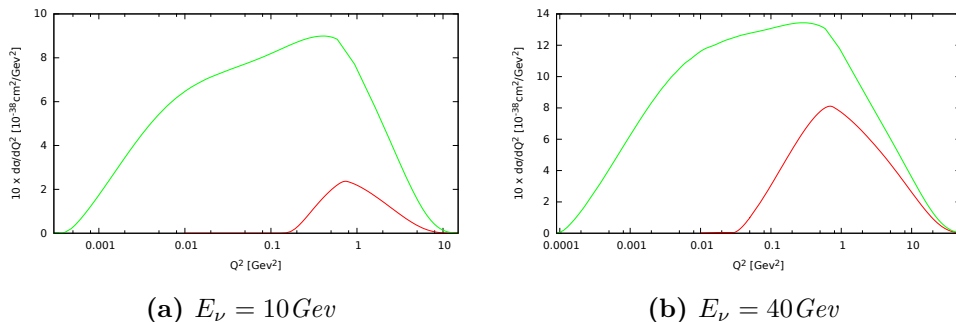
Figura (4.26). $d\sigma/dQ^2$ ad $E_\nu = 10\text{ GeV}$ nel caso dell'Argon. La linea rossa rappresenta la distribuzione in Q^2 per neutrini τ , mentre la verde per neutrini μ .

4.3 Canale Profondamente Inelastico

Per valori di energia molto maggiori di 1 GeV il processo viene descritto mediante il formalismo del deep inelastic scattering. Più precisamente, è possibile descrivere processi di diffusione con il formalismo dello scattering profondamente inelastico quando l'energia del fascio incidente è sufficientemente alta da permettere di trascurare termini del tipo $\frac{M}{E_\nu}$ ed $\frac{m_l^2}{E_\nu}$ nell'espressione 2.4.4 della sezione d'urto.

A tali energie avvengono processi di frammentazione in seguito ai quali vengono prodotti stati adronici finali, che tuttavia non suscitano particolare interesse, e che quindi verranno trascurati andando a sommare su tutti i possibili stati finali adronici, calcolando quindi la sezione d'urto inclusiva del processo.

Come per i canali precedenti, risulta interessante anche in questo caso il confronto tra le sezioni d'urto differenziali per ν_τ e ν_μ .



(a) $E_\nu = 10\text{ GeV}$

(b) $E_\nu = 40\text{ GeV}$

Figura 4.27. Distribuzione in Q^2 della sezione d'urto. La linea rossa rappresenta la sezione d'urto differenziale per ν_τ mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per ν_μ . Si noti che l'asse x è in scala logaritmica.

Per quanto riguarda la distribuzione in Q^2 si era visto nei casi precedenti come variava il peso dei vari canali a seconda del sapore dei neutrini. In **Figs.4.27** si può notare come il rapporto tra la sezione d'urto per neutrini μ e neutrini τ nel DIS sia minore rispetto a quello dei precedenti canali. Ciò come detto è dovuto alla grande differenza tra le masse dei leptoni emessi. Nel confronto a $E_\nu = 10\text{Gev}$ il rapporto $R = \frac{d\sigma_\mu}{dQ^2} / \frac{d\sigma_\tau}{dQ^2} = 4.23$ mentre a $E_\nu = 40\text{Gev}$ il rapporto scende a $R = 1.45$. Risulta dunque chiaro che all'aumentare dell'energia, oltre ad un leggero calo della sezione d'urto differenziale per i ν_μ , si ha un significativo aumento della distribuzione in Q^2 per i ν_τ .

In accordo con quanto fatto nelle sezioni precedenti, viene analizzata la sezione d'urto differenziale in Q^2 per l'Argon e per il Carbonio. In **Fig.4.28** vengono mostrate le distribuzioni in Q^2 per differenti valori di E_ν . Si può chiaramente notare come il comportamento di $d\sigma/dQ^2$, all'aumentare dell'energia del fascio incidente, sia analogo a quello analizzato nei due precedenti canali energetici. Il numero di massa atomica A si conferma essere il fattore di maggior peso nei differenti valori assunti dalla sezione d'urto nei due casi.

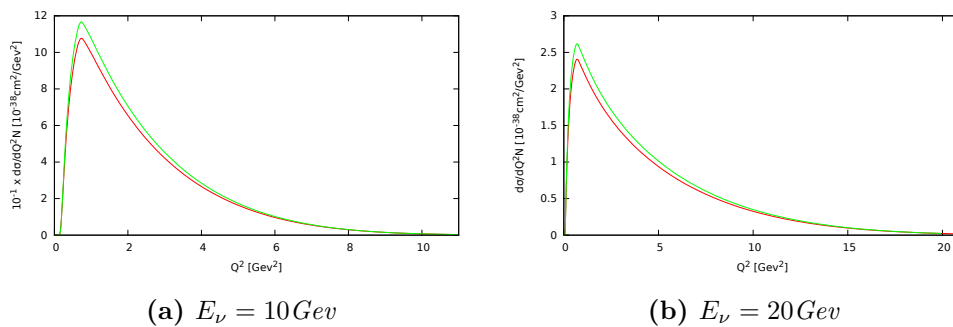


Figura 4.28. Confronto Argon-Carbonio per la distribuzione in Q^2 nel canale profondamente inelastico. La linea rossa rappresenta $d\sigma/dQ^2$ per l'Argon, mentre la linea verde rappresenta la sezione d'urto differenziale per il Carbonio.

Di effettivo interesse rimangono le interazioni di stato finale, che avendo andamento non banale in funzione dell'energia del fascio incidente non possono essere considerate trascurabili a grandi energie e quindi nel canale profondamente inelastico. In questa tesi tali interazioni non sono prese in considerazione, tenendo tuttavia presente che per uno sviluppo più accurato del lavoro dovranno essere considerate.

Conclusioni

In questa Tesi sono state calcolate le sezioni d'urto, differenziali e totali, per la diffusione di neutrini μ e τ su Argon e Carbonio. La scelta dei due flavour è motivata dall'obbiettivo di rilevare processi di oscillazione $\nu_\mu \longleftrightarrow \nu_\tau$, misurare quindi tracce di leptoni τ dovute all'interazione ν_τ -nucleo utilizzando un fascio di neutrini muonici. L'utilizzo dell' $^{40}_{18}\text{Ar}$ e del $^{12}_6\text{C}$ nello studio, deriva dalla presenza di entrambe le sostanze nel Near Detector dell'esperimento DUNE [7], il cui scopo principale è la misura accurata del background degli eventi che verranno rilevati successivamente nel Far Detector. L'Argon inoltre è stato scelto per la sua altissima sensibilità alla componente ν_e del flusso di neutrini provenienti dal collasso di una Supernova—la cui rilevazione si ricorda essere uno degli obbiettivi principali di DUNE—e ai livelli di precisione che permette di ottenere nella misura delle tracce di leptoni τ .

L'analisi della sezione d'urto è stata formulata nel canale quasi-elastico, di produzione di risonanze e nel canale profondamente inelastico. Tale scelta segue i risultati riportati nell'introduzione secondo i quali nel canale profondamente inelastico verranno misurati il 60% degli eventi, nel canale di produzione di risonanze il 35% mentre nel quasi-elastico il 5%.

Come prima analisi sono state confrontate tre diverse parametrizzazioni per i fattori di forma che determinano le funzioni di struttura nel canale QE: la semplice parametrizzazione di dipolo, e quelle di Kelly [70] e Bradford, Bodek, Budd e Arrington (BBBA) [71]. Le differenze osservate nelle sezioni d'urto, generalmente non trascurabili e in alcuni casi rilevanti, indicano che è necessario utilizzare la parametrizzazione di BBBA, più recente ed elaborata per migliorare quella di Kelly.

Per quanto riguarda il confronto tra neutrini muonici e neutrini τ , lo studio è stato portato avanti per tutti e tre i range energetici. Le chiare differenze tra i valori assunti dalle varie grandezze considerate, a parità di condizione, per i ν_μ ed i ν_τ , possono essere associate in gran parte alla differente soglia di produzione del leptone corrispondente. La massa del τ è infatti $m_\tau = 1.776$ GeV mentre quella del μ è $m_\mu = 105$ MeV, il che modifica le regioni cinematiche corrispondenti ai tre canali nei casi dei due differenti tipi di neutrini. I risultati mostrano che la minore massa del μ fa sì che nel caso di neutrini muonici il canale quasi-elastico del processo si apra molto prima rispetto a quello che si osserva per i neutrini τ . Da ciò segue che ad energie di pochi GeV, per ν_μ il processo sia già dominato dal canale profondamente inelastico, mentre per i neutrini τ si abbia il picco del QE. In generale il picco di tutti e tre i canali è spostato verso energie più basse per i ν_μ rispetto al caso dei τ .

I risultati del Capitolo 4 mostrano anche che il peso dei canali dipende, oltre che dall'energia del fascio incidente, anche dall'angolo di emissione del leptone carico.

La fonte maggiore di difformità tra le sezioni d'urto di Argon ed i Carbonio è ovviamente il diverso numero di massa. Le residue differenze, che si osservano nelle sezioni d'urto normalizzate al numero di neutroni per energie E_ν fino a circa 10 GeV, indicano che in questa regione cinematica la sezione d'urto è sensibile ad effetti derivanti dalla diversa struttura dei due nuclei.

Successivamente sono stati analizzati in maniera più dettagliata i tre canali di reazione attraverso il confronto dei risultati per processi di diffusione di ν_τ/ν_μ su Argon, e processi di diffusione di ν_τ su Argon/Carbonio. Nel canale quasi-elastico ampio spazio è stato all'analisi del ruolo del fattore di forma pseudoscalare F_p sulla sezione d'urto differenziale e totale. La differenza tra i risultati ottenuti ponendo $F_p = 0$ ed $F_p \neq 0$ risulta molto evidente nella distribuzione in Q^2 della sezione d'urto dei ν_τ . Il contributo del fattore di forma pseudoscale alla sezione d'urto è proporzionale alla massa m_ℓ del leptone carico emesso, per cui il suo impatto diminuisce al diminuire del rapporto m_ℓ/E_ν , e quindi all'aumentare di E_ν .

Nel canale di produzione di risonanze sono stati studiati i differenti pesi delle risonanze adroniche della prima e della seconda regione, mettendo a confronto i risultati per i ν_μ e ν_τ su Argon e per neutrini τ su Argon e Carbonio. Nel confronto tra neutrini μ neutrini τ la principale differenza risulta il peso della risonanza $\Delta(1232)$. Per i ν_μ il contributo della $\Delta(1232)$ risulta dominante nella stessa regione in cui il canale che fornisce contributo maggiore alla sezione d'urto è il RES, da cui deriva che, per valori energetici in cui invece è maggiore il contributo delle risonanze della seconda regione al regime di produzione di risonanze, il canale RES contribuisce in maniera poco significativa alla sezione d'urto totale. Il peso delle risonanze della seconda regione risulta dunque molto minore di quello della risonanza $\Delta(1232)$. Per i neutrini τ il discorso è inverso, la soglia del processo fa sì che la regione in cui è dominante il contributo del canale RES sugli altri canali coincida con la regione in cui è trascurabile il peso della $\Delta(1232)$ sulle risonanze della seconda regione.

Lo studio del canale profondamente inelastico è stato portato avanti in analogia con gli altri canali, confrontando quindi la distribuzione in Q^2 della sezione d'urto, a parità di condizione, per neutrini μ e τ e nel caso del Carbonio e dell'Argon.

Lo sviluppo più naturale del lavoro svolto consiste nell'inclusione degli effetti dovuti a interazioni nello stato finale (FSI), che sono state trascurate completamente in questa Tesi. Nel canale quasi elastico è possibile tenere conto delle FSI con un'estensione del formalismo delle funzioni spettrali. Per gli altri canali la descrizione più accurata richiede l'uso di algoritmi di cascata nucleare, che possono essere implementati utilizzando modelli realistici della dinamica nucleare.

Appendice A

Tensorale Leptonico

A.1 Studio del tensore leptonico

In questa appendice verrà esplicitato il calcolo di tutti i fattori cinematici che si identificano in seguito alla contrazione dei due tensori. Sia il sistema di riferimento nel quale viene studiato il processo tale che l'urto avvenga nel piano $\hat{x} - \hat{z}$ e sia l'impulso trasferito, in seguito alla diffusione, diretto lungo l'asse \hat{z} . Si ricorda che i quadrimpulsi in gioco sono

$$\begin{aligned}
 k &= (E_\nu, \mathbf{k}) \\
 k' &= (E_l, \mathbf{k}') \\
 p &= (E_p, \mathbf{p}) \\
 p' &= (E_{p'}, \mathbf{p}') \\
 q &= (\omega, \mathbf{q})
 \end{aligned} \tag{A.1.1}$$

ed i loro impulsi spaziali avranno le seguenti componenti

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k} &= (k_x, 0, k_z) \\
 \mathbf{k}' &= (k'_x, 0, k'_z) \\
 \mathbf{p} &= (p_x, 0, p_z) \\
 \mathbf{p}' &= (p'_x, 0, p'_z) \\
 \mathbf{q} &= (0, 0, q_z).
 \end{aligned} \tag{A.1.2}$$

A questo punto si possono calcolare esplicitamente i fattori cinematici

$$\#A_1 = (k \cdot k') = \frac{1}{2}(m_l^2 - q^2) = E_\nu E_l - \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' = E_\nu E_l \left(1 - \frac{|\mathbf{k}'|}{E_\nu} \cos\theta \right), \tag{A.1.3}$$

$$\begin{aligned}
\#A_2 &= (k \cdot p)(k' \cdot p) - \frac{M^2}{2}(k \cdot k') = [E_{nu}E_p - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})][E_lE_p - (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{p})] - \frac{M^2}{2}(k \cdot k') = \\
&= E_\nu E_l E_p^2 - E_\nu E_p (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{p}) - E_l E_p (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}) + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{p}) - \frac{M^2}{2}(k \cdot k') = \\
&= E_\nu E_l E_p^2 - E_\nu E_p (k_x p_x + k'_z p_z) - E_l E_p (k_x p_x + k_z p_z) - \\
&\quad - (k_x p_x + k_z p_z)(k_x p_x + k'_z p_z) - \frac{M^2}{2}(k \cdot k') = \\
&= E_\nu E_l E_p^2 - E_\nu E_p k'_z p_z - E_l E_p k_z p_z + k_x^2 p_x^2 + k_z k'_z p_z^2 - \frac{M^2}{2}(k \cdot k') + \\
&\quad + \text{termini lineari in } p_x = \\
&= E_\nu E_l \left[E_p^2 - E_p p_z \left(\frac{k_z}{E_\nu} + \frac{k'_z}{E_l} \right) + p_x^2 \frac{k_x^2}{E_\nu E_l} + \frac{k_z}{E_\nu} \frac{k'_z}{E_l} p_z^2 - \frac{1}{2} \frac{M^2}{2} (m_l^2 - q^2) \right], \tag{A.1.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\#A_3 &= (k \cdot p)(k' \cdot q) - (k \cdot q)(k' \cdot p) = \\
&= (k \cdot p)(k' \cdot p') - (k \cdot p')(k' \cdot p) = \\
&= E_\nu E_l E_p E_{p'} - E_\nu E_p (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{p}') - E_l E_{p'} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}) + (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{p}')(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}) - \\
&\quad - E_\nu E_l E_p E_{p'} + E_\nu E_p k'_z p_z + E_l E_{p'} k_z p'_z + k_x^2 p_x^2 + k_z k'_z p_z p'_z + \tag{A.1.5} \\
&\quad + \text{termini lineari in } p_x = \\
&= E_\nu E_l (E_p p'_z - E_{p'} p_z) \left(\frac{k_z}{E_\nu} - \frac{k'_z}{E_l} \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\#A_4 &= (k \cdot q)(k' \cdot q) - \frac{q^2}{2}(k \cdot k') = \\
&= E_\nu E_l \omega^2 - E_\nu \omega |\mathbf{q}| k'_z - E_l \omega |\mathbf{q}| k_z + |\mathbf{q}|^2 k_z k'_z - \frac{q^2}{2}(k \cdot k') = \tag{A.1.6} \\
&= E_\nu E_l \left[\omega^2 - \omega |\mathbf{q}| \left(\frac{k_z}{E_\nu} + \frac{k'_z}{E_l} \right) + |\mathbf{q}|^2 \frac{k_z}{E_\nu} \frac{k'_z}{E_l} - \frac{q^2}{2} \left(1 - \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos \theta \right) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\#A_5 &= (k \cdot p)(k' \cdot q) + (k' \cdot p)(k \cdot q) - (k \cdot k')(p \cdot q) = \\
&= E_\nu E_l E_p \omega - E_\nu E_l E_p k'_z |\mathbf{q}| - E_l \omega k_z p_z + k_z k'_z p_z |\mathbf{q}| + \\
&+ E_\nu E_l E_p \omega - E_l E_l E_p k_z |\mathbf{q}| - E_\nu \omega k'_z p_z + k_z k'_z p_z |\mathbf{q}| - (k \cdot k')(p \cdot q) = \\
&= E_\nu E_l \left[2E_p \omega + 2p_z |\mathbf{q}| \frac{k_z}{E_\nu} \frac{k'_z}{E_l} - (E_p |\mathbf{q}| + \omega p_z) \left(\frac{k_z}{E_\nu} + \frac{k'_z}{E_l} \right) \right] - \\
&\quad - E_\nu E_l \left[(E_p \omega - p_z |\mathbf{q}|) \left(1 - \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos \theta \right) \right] \tag{A.1.7}
\end{aligned}$$

dove si è usato il fatto che i termini proporzionali a p_x vanno a 0. Non resta che scrivere in maniera più utile i vari termini contenuti nelle A_i :

$$\frac{k_z}{E_\nu} = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{E_\nu |\mathbf{q}|} = \frac{E_\nu \omega - (k \cdot q)}{E_\nu |\mathbf{q}|} = \frac{\omega}{|\mathbf{q}|} - \frac{(k \cdot q)}{E_\nu |\mathbf{q}|} = \frac{\omega}{|\mathbf{q}|} + \frac{(k \cdot k')}{E_\nu |\mathbf{q}|}, \quad (\text{A.1.8})$$

$$\frac{k'_z}{E_l} = \frac{\omega}{|\mathbf{q}|} - \frac{(k' \cdot q)}{E_l |\mathbf{q}|} = \frac{\omega}{|\mathbf{q}|} - \frac{(k' \cdot k') - m_l^2}{E_l |\mathbf{q}|}, \quad (\text{A.1.9})$$

$$\frac{k_z}{E_\nu} + \frac{k'_z}{E_l} = \frac{\omega}{|\mathbf{q}|} \left(1 + \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos\theta + \frac{m_l^2}{\omega E_l} \right) \quad (\text{A.1.10})$$

$$\begin{aligned} \frac{k_z}{E_\nu} \frac{k'_z}{E_l} &= \frac{1}{|\mathbf{q}|^2} \omega^2 \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos\theta - \\ &- \frac{1}{|\mathbf{q}|^2} \left[E_\nu E_l \left(1 - \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos\theta \right)^2 + m_l^2 \left(\frac{\omega}{E_l} + 1 - \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos\theta \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.1.11})$$

$$\frac{k_z}{E_\nu} - \frac{k'_z}{E_l} = \frac{E_\nu + E_l}{|\mathbf{q}|} \left(1 - \frac{|\mathbf{k}'|}{E_l} \cos\theta \right) - \frac{m_l^2}{E_l |\mathbf{q}|}. \quad (\text{A.1.12})$$

Appendice B

Effetto di F_p nella diffusione di neutrini τ

Come evidenziato nelle precedenti sezioni, nel processo di diffusione di neutrini preso in esame il sapore del fascio di neutrini viene osservato tramite la rilevazione dei prodotti di decadimento leptonici dei leptoni prodotti. Tale decadimento è influenzato dalla polarizzazione del leptone e risultano per cui di estrema utilità le informazioni riguardo tale polarizzazione. Dallo studio dei dati sperimentali risultano tuttavia incertezze sulla sezione d'urto e sulla polarizzazione del leptone prodotto dovute al fattore di forma pseudoscalare F_p . Inoltre il fattore F_p dà contributo proporzionale alla massa del leptone prodotto alla sezione d'urto e, se per processi con produzione di leptoni μ e e tale contributo può essere trascurato con buona approssimazione, nel caso di neutrini τ tale contributo risulta significativo nei regimi QE e produzione di risonanze.

Per quanto riguarda la diffusione quasi-elastica, il fattore di forma pseudo scalare viene parametrizzato in differenti potenze di $(1 - q^2/M_A^2)$ come segue:

$$F_p(q^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - q^2} \frac{F_A(0)}{(1 - q^2/M_A^2)^n} \quad (n = 0, 1, 2). \quad (\text{B.0.1})$$

dove la normalizzazione è fissata dall'ipotesi PCAC.

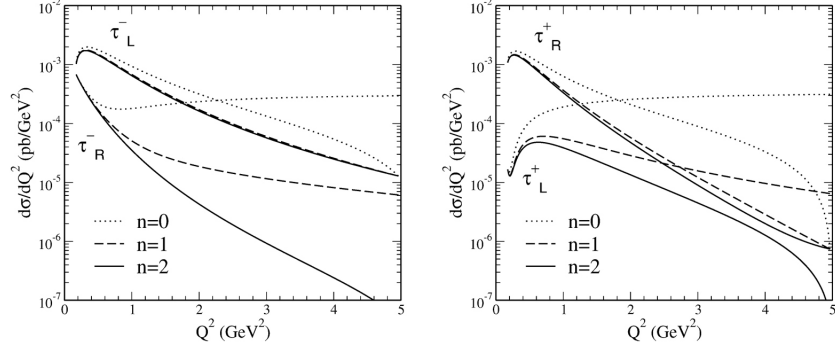


Figura (B.1). Sezione d'urto differenziale $d\sigma/dQ^2$ per la produzione di τ^- (sinistra) e τ^+ (destra) in regime quasi-elastico ad $E_\nu = 5$ GeV. Le elicit  sono definite nel sistema di riferimento del centro di massa. Immagine presa dalla Ref [52].

Dallo studio di K. Hagiwara [52] risulta che per leptoni τ^- left-handed e leptoni τ^+ right-handed la sezione d'urto non dipende significativamente dal fattore di forma pseudoscalare, mentre per leptoni τ^- right-handed e leptoni τ^+ left-handed la dipendenza della sezione d'urto dal termine $(1 - q^2/M_A^2)$, e quindi da F_p , risulta significativa, specialmente a grandi valori di Q^2 . Per $n = 0$ si nota come la sezione d'urto per i τ spin-flipped cresce a grandi Q^2 . Per quanto riguarda $n = 1$ ed $n = 2$ la loro distinzione risulta difficile da analizzare poich  in questi casi la sezione d'urto decresce per grandi Q^2 (si faccia riferimento alla B.1).

Nel caso della produzione di risonanze lo studio viene eseguito in maniera simile al caso precedente. Il fattore di forma pseudoscalare C_6^A viene parametrizzato come nel caso precedente (B.0.1). Vengono graficati la sezione d'urto differenziale in funzione di Q^2 ed i rapporti

$$\begin{aligned}
 R(\tau_R^-) &= \frac{d\sigma_R}{dQ^2} \Big/ \frac{d\sigma}{dQ^2} \\
 R(\tau_L^+) &= \frac{d\sigma_L}{dQ^2} \Big/ \frac{d\sigma}{dQ^2}
 \end{aligned}
 \tag{B.0.2}$$

dove $d\sigma = d\sigma_L + d\sigma_R$. Quello che si   notato (con riferimento alla B.2) per $R(\tau_R^-)$ ed $R(\tau_L^+)$ ([52])   che nel caso dei τ^- , per grandi valori di Q^2 , i τ_L^- danno contributo maggiore alla sezione d'urto per $n = 2$, mentre i τ_R^- dominano per $n = 0, 1$. D'altro canto, per i τ^+ , per grandi valori di Q^2 dominano i τ_L^+ per ogni valore di n .

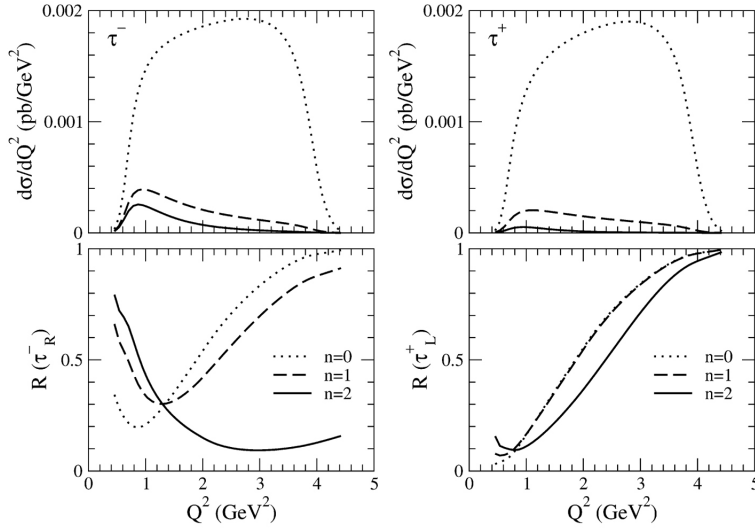


Figura (B.2). Dipendenza della sezione d'urto (sopra) e del rapporto delle sezioni d'urto per la produzione di τ spin-flipped (sotto) da Q^2 , per τ^- (sinistra) e τ^+ (destra), in regime di produzione di risonanze, con $E_\nu = 5 \text{ GeV}$. Immagine presa dalla Ref [52].

Per il caso di produzione di risonanze viene studiata anche un'altra parametrizzazione per il fattore pseudoscalare

$$C_6^A(q^2) = \frac{M^2}{m_\pi^2 - q^2} C_5^A(q^2) \quad (\text{B.0.3})$$

dove ora $C_5^A(q^2)$ viene scritto usando la parametrizzazione PYS [53]

$$C_5^A(q^2) = \frac{C_5^A(0)}{(1 - q^2/M_A^2)^2} \frac{1}{1 - q^2/3M_A^2}. \quad (\text{B.0.4})$$

Con questa parametrizzazione i risultati per la sezione d'urto si accostano molto al caso precedente per $n = 2$.

Se ne conclude quindi che il ruolo del fattore di forma pseudoscalare gioca un ruolo fondamentale per lo studio della sezione d'urto di processi che coinvolgono neutrini. Se per i neutrini elettronici e muonici trascurare il contributo di F_p poichè proporzionale alla massa del leptone prodotto, poteva risultare un'approssimazione accettabile ai fini sperimentali, per i neutrini τ tale ragionamento crolla, in primis a causa della grande massa dei leptoni τ e successivamente notando, dai plot di cui sopra, come la sezione d'urto differenziale e quella totale varino a seconda delle differenti parametrizzazioni adottate per F_s . L'*enhancement* maggiore alla sezione d'urto, da parte di $C_6^A(q^2)$, nel caso di produzione di leptoni τ spin-flipped, viene dato per $n = 0$; nei casi $n = 1, 2$ l'incremento registrato risulta molto meno significativo.

Appendice C

Tensore adronico nel caso della produzione di risonanze

C.1 Tensore adronico per la risonanza $\Delta(1232)$

In questa sezione verranno scritte in maniera esplicita le relazioni che legano le funzioni di struttura ai fattori di forma assiali e vettoriali. Come descritto in precedenza, tali fattori di forma vengono estrapolati scrivendo ampiezze di elicit  in funzione dei fattori di forma elettromagnetici e confrontando il modello teorico con i dati sperimentali. Si ricorda che per risonanze a spin 3/2 vale la relazione $C_i = C_i^p = C_i^n$.

Le seguenti funzioni di struttura sono state ricavate nella tesi della dottoressa Erica Vagnoni [42].

$$\begin{aligned}
W_1 = & 4 \frac{A_4^2}{M^4} (p \cdot q - Q^2)^2 (M^2 + MM' + p \cdot q) + \\
& + 8 \frac{A_4 A_5 (p \cdot q - Q^2) (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M^2} + 4 A_5^2 (M^2 + MM' + p \cdot q) + \\
& + 4 \frac{C_3^2}{M^2 M'} [M^2 M' Q^2 + M^2 (p \cdot q)^2 - 2 M^2 (p \cdot q) Q^2 + M^2 Q^4 + MM'^3 Q^2 + M'^3 (p \cdot q)^2 + \\
& + (p \cdot q)^3 - 2 (p \cdot q)^2 Q^2 + (p \cdot q) Q^4] + 4 \frac{C_3 C_4}{M^3 M'} (p \cdot q - Q^2) [M^2 (p \cdot q) - M^2 Q^2 + \\
& - 2 MM' (p \cdot q) + 2 MM' Q^2 + M'^2 (p \cdot q) + (p \cdot q)^2 - (p \cdot q) Q^2] + \\
& + 4 \frac{C_3 C_5}{M^3 M'} (p \cdot q) [M^2 (p \cdot q) - M^2 Q^2 - 2 MM' (p \cdot q) + \\
& + 2 MM' Q^2 + M'^2 (p \cdot q) + (p \cdot q)^2 - (p \cdot q) Q^2] + 4 \frac{C_4^2 (p \cdot q - Q^2)^2 (M^2 - MM' + p \cdot q)}{M^4} + \\
& + 4 \frac{C_5^2 (p \cdot q)^2 (M^2 - MM' + p \cdot q)}{M^4} + 8 \frac{C_4 C_5 (p \cdot q) (p \cdot q - Q^2) (M^2 - MM' + p \cdot q)}{M^4},
\end{aligned} \tag{C.1.1}$$

$$\begin{aligned}
W_2 = & 4M^2 \frac{A_4^2 Q^2 (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M^4} + 4M^2 \frac{A_5^2 (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M'^2} + \\
& + 4M^2 \frac{C_3^2 Q^2 (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M^2 M'^2} + 4M^2 \frac{C_3 C_4 Q^2 (M^2 - 2MM' + M'^2 + p \cdot q)}{M^3 M'} + \\
& + 4M^2 \frac{C_3 C_5 Q^2 (M^2 - 2MM' + M'^2 + p \cdot q + Q^2)}{M^3 M'} + 4M^2 \frac{C_4^2 Q^2 (M^2 - M' + p \cdot q)}{M^4} + \\
& + 8M^2 \frac{C_4 C_5 Q^2 (M^2 - M' + p \cdot q)}{M^4} + 4M^2 \frac{C_5^2 Q^2 (M'^2 + Q^2) (M^2 - M' + p \cdot q)}{M^4 M'^2}, \tag{C.1.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_3 = & -8 \frac{A_4 C_3 (p \cdot q - Q^2) (-2MM' - 2M'^2 + p \cdot q - Q^2)}{MM'} + \\
& + 8 \frac{A_4 C_4 (p \cdot q - Q^2)^2}{M^2} + 8 \frac{A_4 C_5 (p \cdot q) (p \cdot q - Q^2)^2}{M^2} + \\
& + 8 \frac{A_5 C_3 M (2MM' + 2M'^2 - p \cdot q + Q^2)}{M'} + 8A_5 C_4 (p \cdot q - Q^2) + \\
& + 8A_5 C_5 p \cdot q, \tag{C.1.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_4 = & 4 \frac{A_4^2 (2p \cdot q - Q^2) (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M^2} + 8A_4 A_5 (M^2 + MM' + p \cdot q) + \\
& - 8 \frac{A_4 A_6 (p \cdot q) (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M^2} + 4 \frac{A_5^2 M^2 (M^2 + MM' + p \cdot q)}{M'^2} + \\
& - 8 \frac{A_5 A_6 (M^2 + MM' + p \cdot q) (M'^2 - p \cdot q + Q^2)}{M'^2} + \\
& + 4 \frac{A_6^2 (M^2 + MM' + p \cdot q) (M'^2 Q^2 + (p \cdot q)^2 - 2(p \cdot q) Q^2 + Q^4)}{M'^2} + \\
& - 4 \frac{C_3^2 (MM'^2 - 2M^2 (p \cdot q) + M^2 Q^2 + MM'^3 - 2(p \cdot q)^2 + (p \cdot q) Q^2)}{M'^2} + 4 \frac{C_3 C_4}{MM'} \\
& (2M^2 (p \cdot q) - M^2 Q^2 - 4MM' (p \cdot q) + 2MM' Q^2 + M'^2 (p \cdot q) + 2(p \cdot q)^2 - (p \cdot q) Q^2) + \\
& + 4 \frac{C_3 C_5 (p \cdot q) (M^2 - 2MM' + 2(p \cdot q))}{MM'} + \frac{C_4^2 (2(p \cdot q) - Q^2) (M^2 - MM' + (p \cdot q))}{M^2} + \\
& + 8 \frac{C_4 C_5 (p \cdot q) (M^2 - MM' + (p \cdot q))}{M^2} - 4 \frac{C_5^2 (p \cdot q)^2 (-M^2 + MM' - (p \cdot q))}{M^2 M'^2}, \tag{C.1.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_5 = & 8 \frac{A_4^2(p \cdot q)(M^2 + MM' + (p \cdot q))}{M^2} + 8A_4A_5(M^2 + MM' + p \cdot q) - \\
& + 8 \frac{A_4A_6Q^2(M^2 + MM' + (p \cdot q))}{M^2} + 8 \frac{A_5^2M^2(M^2 + MM' + (p \cdot q))}{M'^2} + \\
& + \frac{A_5A_6(p \cdot q - Q^2)(M^2 + MM' + (p \cdot q))}{M'^2} + 8 \frac{C_3^2(p \cdot q)(M^2 + MM' + (p \cdot q))}{M'^2} + \\
& + 8 \frac{C_3C_4(p \cdot q)(M^2 - 2MM' + M'^2 + (p \cdot q))}{MM'} + 8 \frac{C_4^2(p \cdot q)(M^2 - MM' + (p \cdot q))}{M^2} + \\
& + 8 \frac{C_3C_5(p \cdot q)(M^2 - 2MM' + M'^2 + (p \cdot q) + Q^2)}{MM'} + \\
& + 8 \frac{C_5^2(p \cdot q)(M'^2 + Q^2)(M^2 - MM' + (p \cdot q))}{M^2M'^2} + \\
& + 16 \frac{C_4C_5(p \cdot q)(M^2 - MM' + (p \cdot q))}{M^2}.
\end{aligned}$$

(C.1.5)

Bibliografia

- [1] B. Pontecorvo *Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic*. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 53, 1717-1725 (November, 1967).
- [2] Z. Maki et al. *Remarks on the Unified Model of Elementary Particles*. Progress of Theoretical Physics, Volume 28, Issue 5, 1 November 1962.
- [3] F. Capozzi et al. *Neutrino masses and mixings: Status of known and unknown 3ν parameters*. arXiv:1601.07777.
- [4] <https://lbne2-docdb.fnal.gov/>
- [5] <http://project-lagunalbno.web.cern.ch/project-lagunalbno/>
- [6] <http://www.hyperk.org/>
- [7] R. Acciarri et al. (The DUNE Collaboration). *Long-Baseline Neutrino Facility (LBNF) and Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), Conceptual Design Report, Volume 1: The LBNF and DUNE Projects*.
- [8] Y. Fukuda et al. *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*. Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998).
- [9] A. L. Read. *Presentation of search results: the CL_s technique*. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 28 (2002) 2693-2704.
- [10] F. Vannucci *The NOMAD Experiment at CERN*. Hindawi. Volume 2014, Article ID 129694, 20 pages (2014).
- [11] Q. Wu et al. (NOMAD Collaboration). *A Precise measurement of the muon neutrino-nucleon inclusive charged current cross-section off an isoscalar target in the energy range $2.5 < E_\nu < 40$ GeV by NOMAD*. Phys. Lett. B 660, 19 (2008).
- [12] <https://www-boone.fnal.gov/>
- [13] C. Athanassopoulos et al. Phys. Rev. Lett. 75, 2650 (1995); 77, 3082 (1996); 81, 1774 (1998); A. Aguilar et al. Phys. Rev. D 64, 112007 (2001).
- [14] A. A. Aguilar-Arevalo et al. (MiniBooNE Collaboration). *Measurement of Muon Neutrino Quasielastic Scattering on Carbon*. Phys. Rev. Lett. 100, 032301 (2008).

- [15] A. A. Aguilar-Arevalo et al. (MiniBooNE Collaboration). *First Measurement of the Muon Neutrino Charged Current Quasielastic Double Differential Cross Section*. Phys. Rev. D 81, 092005 (2010).
- [16] <https://www-numi.fnal.gov/>
- [17] <http://t2k-experiment.org/t2k/>
- [18] <https://home.cern/news/news/cern/new-results-opera-experiment-0>
- [19] P. Adamson; et al. (2011). *Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS*. Physical Review Letters. 106 (18): 181801. arXiv:1103.0340?
- [20] P. Adamson et al.(113 authors). *Combined analysis of muon-neutrino disappearance and muon-neutrino to electron-neutrino appearance in MINOS using accelerator and atmospheric neutrinos*. Fermilab-Pub-14-028-E-PPD, Phys.Rev.Lett.112.191801(2014) (Vol.112, Iss. 19, 12 May 2014); also in arXiv:1403.0867 and MINOS-doc-10014.
- [21] K. Abe et al., Phys.Rev.Lett.,112, 061802 (2014).
- [22] K. Abe et al. *Measurement of neutrino and antineutrino oscillations by the T2K experiment including a new additional sample of ν_e interactions at the far detector*. Phys. Rev. D 96, 092006 (2017). ArXiv: 1707.01048.
- [23] R. Acquafredda et al. (OPERA Collaboration) *First events from the CNGS neutrino beam detected in the OPERA experiment*. 2006 New J. Phys. 8 303.
- [24] N. Agafonova et al. (OPERA Collaboration) *Discovery of τ Neutrino Appearance in the CNGS Neutrino Beam with the OPERA Experiment*. PRL 115, 121802 (2015).
- [25] N. Agafonova et al. (OPERA Collaboration) *Final Results of the OPERA Experiment on ν_τ Appearance in the CNGS Neutrino Beam*. PHYSICAL REVIEW LETTERS 120, 211801 (2018).
- [26] Particle Physics Project Prioritization Panel, *Building for Discovery; Strategic Plan for U.S. Particle Physics in the Global Context*, 2014.
- [27] EUROPEAN STRATEGY SESSION OF COUNCIL 16th Session-30 May 2013 European Commission Berlaymont Building-Brussels. *The European Strategy for Particle Physics Update 2013*. CERN-Council-S/106.
- [28] R. Acciarri et al. (The DUNE Collaboration). *Long-Baseline Neutrino Facility (LBNF) and Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), Conceptual Design Report, Volume 2: The Physics Program for DUNE at LBNF*.
- [29] J.A. Formaggio and G.P. Zeller, Rev. Mod. Phys. **84**, 1307 (2012).
- [30] Omar Benhar, Davide Meloni. *Total neutrino and antineutrino nuclear cross sections around 1 GeV*. Nuclear Physics A 789 (2007).

- [31] Omar Benhar et al. *Neutrino-nucleus interactions and the determination of oscillation parameters*. arXiv:1501.06448 (2015).
- [32] J. Nieves et al. *Inclusive quasielastic charged-current neutrino-nucleus reactions*. PHYSICAL REVIEW C 70, 055503 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevC.70.055503.
- [33] J. Nieves et al. *Inclusive nucleon emission induced by quasielastic neutrino-nucleus interactions*. PHYSICAL REVIEW C 73, 025504 (2006). DOI: 10.1103/PhysRevC.73.025504.
- [34] A. Meucci et al. *Inclusive electron scattering in a relativistic Green's function approach*. PHYSICAL REVIEW C 67, 054601 (2003). DOI: 10.1103/PhysRevC.67.054601
- [35] A. Meucci et al. *Neutral-current neutrino-nucleus quasielastic scattering*. Nuclear Physics A 744 (2004) 307-322. doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.08.023.
- [36] T. Leitner et al. *Electron- and neutrino-nucleus scattering from the quasielastic to the resonance region*. PHYSICAL REVIEW C 79, 034601 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevC.79.034601.
- [37] Mund et al, 2013, Phys.Rev. Lett. 110, 172502, URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.172502>.
- [38] Bernard, V., et al., 2002, J. Phys. G 28, R1.
- [39] O. Lalakulich et al. *Resonance production by neutrinos: The second resonance region*. PHYSICAL REVIEW D 74, 014009 (2006).
- [40] O. Lalakulich et al. *Resonance production by neutrinos: $J = 3/2$ resonances*. PHYSICAL REVIEW D 71, 074003 (2005).
- [41] W. Rarita and J. Schwinger. *On a theory of particles with half integral spin*. Phys. Rev. 60, 61 (1941).
- [42] E. Vagnoni. *Theoretical description and reconstruction of neutrino interactions, and systematic uncertainties of long-baseline oscillation experiments*. PhD Thesis.
- [43] C.H Albright, C. Jarlskog *Neutrino production of M^+ and E^+ heavy leptons (I)*. Nuclear Physics B84 (1975) 467-492. North-Holland Publishing Company.
- [44] R.G. Robers. *The structure of the proton: Deep Inelastic Scattering*. Cambridge University Press. 1993.
- [45] P. Renton. *Electro-Weak Interactions: an introduction to the Physics of Quark and Leptons*. Cambridge University Press. 1990.
- [46] A. Bodek et al. *Experimental studies of the neutron and proton electromagnetic structure functions*. Physical Review D, Volume 20, Number 7. 1979.

- [47] A. Bodek and J. Ritchie. *Fermi-motion effects in deep-inelastic lepton scattering from nuclear targets*. Phys. Rev. D 23, 1070 (1981).
- [48] V. Rittenberg and H. R. Rubinstein. *Tests of scaling of the proton electromagnetic structure functions*. Physics Letters 35B. 1972.
- [49] H1 Collab.: S. Aid et al., Nucl. Phys. B470 (1996) 3; C. Adloff et al., ibid.B497. 1997.
- [50] ZEUS Collab.: M. Derrick et al., Z. Phys.C69 (1996) 607; ibid.C72 (1996) 399
- [51] H1 Collab., Papers 260 and 275, submitted to the Int. Euro physics Conf. on HEP, Jerusalem, August 1997; ZEUS Collab., Papers N-646 and N-647, ibid
- [52] K. Hagiwara et al. *Pseudoscalar form factors in tau-neutrino nucleon scattering*. Physics Letters B 591. 2004.
- [53] A. Paschos et al. *Neutrino production of resonances*. Phys. Rev. D 69, 014013.
- [54] O. Benhar, D. Day and I. Sick, Rev. Mod. Phys. **80**, 189 (2008)
- [55] o. Benhar et al. *Electron- and neutrino-nucleus scattering in the impulse approximation regime*. PHYSICAL REVIEW D 72, 053005 (2005).
- [56] A.M. Ankowsky et al. *Improving the accuracy of neutrino energy reconstruction in charged-current quasielastic scattering off nuclear targets*. PHYSICAL REVIEW D 91, 033005 (2015).
- [57] O. Benhar et al. *Neutrino?nucleus interactions and the determination of oscillation parameters*. Physics Reports. 2017.
- [58] H. Yukawa. *On the interaction of elementary particles I*. Nippon Sugaku-Buturigakkwai Kizi Dai 3 Ki 17, 48 (1935).
- [59] R. B. Wiringa et al. *Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking*. Phys. Rev. C 51. 1995.
- [60] B. S. Pudliner et al. *Quantum Monte Carlo calculations of nuclei with $A \lesssim 7$* . Phys. Rev. C 56 1997.
- [61] J. Carlson, S. Gandolfi, F. Pederiva, S. C. Pieper, R. Schiavilla, K. E. Schmidt, and R. B. Wiringa *Rev. Mod. Phys.*, vol. 87, p. 1067, 2015.
- [62] H. Meier-Hajduk et al. *Quasi-elastic electron scattering from ^3He* . Nuclear Physics A. 1983.
- [63] C. Ciofi degli Atti et al. *Nucleon spectral function in complex nuclei and nuclear matter and inclusive quasielastic electron scattering*. Phys. Rev. C 41, R2474(R). 1990.
- [64] O. Benhar et al. *The nucleon spectral function in nuclear matter*. Nuclear Physics A. 1989.

-
- [65] O. Benhar et al. *Spectral function of finite nuclei and scattering of GeV electrons*. Nuclear Physics A. 1994.
- [66] O. Benhar et al. *Nuclear-matter Green functions in correlated-basis theory*. Nuclear Physics A. 1992.
- [67] Artur M. Ankowski and Jan T. Sobczyk *Argon spectral function and neutrino interactions*. PHYSICAL REVIEW C 74, 054316 (2006)
- [68] Y. Horikawa et al. *Final-state interaction in inclusive electromagnetic nuclear processes*. Phys. Rev. C 22. 1980.
- [69] O. Benhar et al. *Scattering of GeV electrons by nuclear matter*. Phys. Rev. C 44. 1991.
- [70] J. J. Kelly *Simple parametrization of nucleon form factors*. Phys. Rev. C 70, 068202. 2004.
- [71] A. Bodek et al. *A New Parameterization of the Nucleon Elastic Form Factors*. Nuclear Physics B. 2006.
- [72] R. Alarcon *Nucleon form factors and the BLAST experiment*. European Physical Journal A, volume 32, june 2007.