

Università degli Studi di Roma "Sapienza"

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali



Corso di laurea in Fisica

Anno Accademico 2009-2010

**Proprietà di trasporto della materia nucleare e stabilità delle  
stelle di neutroni rotanti**

Relatore:  
*Prof. Omar Benhar Noccioli*

Candidata:  
*Lisa Scalone*

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Stelle di neutroni</b>	<b>4</b>
1.1 Formazione delle stelle di neutroni . . . . .	4
1.2 Struttura delle stelle di neutroni . . . . .	8
<b>2 Instabilità nelle stelle di neutroni</b>	<b>13</b>
2.1 Instabilità da radiazione gravitazionale nei modi $r$ . . . . .	16
<b>3 Equazione di stato della materia nucleare nelle stelle di neutroni</b>	<b>21</b>
3.1 Caratterizzazione empirica dell'EDS . . . . .	22
3.2 Dipendenza delle proprietà di equilibrio delle stelle di neutroni dall'EDS . .	25
3.3 Interazione nucleone-nucleone . . . . .	27
3.4 EDS ottenuta dal metodo di Monte Carlo . . . . .	32
<b>4 Viscosità bulk della materia nucleare</b>	<b>35</b>
4.1 Viscosità dei fluidi classici . . . . .	38
4.2 Viscosità bulk nella materia $npe\mu$ . . . . .	42
4.3 Calcolo dei potenziali chimici . . . . .	50
4.4 Applicazione all'EDS di Gandolfi <i>et al</i> . . . . .	53
4.5 Calcolo del coefficiente di viscosità bulk . . . . .	55

4.5.1	Risultati numerici . . . . .	58
	<b>Conclusioni</b>	<b>62</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>64</b>

# Introduzione

Le stelle di neutroni presenti nell'universo [1, 2] rappresentano uno dei possibili stadi terminali dell'evoluzione stellare. La materia al loro interno è costituita in gran parte da neutroni e raggiunge densità straordinariamente elevate. Basti pensare che racchiudono una massa circa uguale a quella del Sole all'interno di un volume di raggio pari ad una decina di chilometri. Il fatto che in queste stelle si raggiungano densità tali da superare anche quella dei nuclei atomici, le rende laboratori ideali per lo studio del comportamento della materia in condizioni estreme, irraggiungibili sulla Terra.

L'evoluzione delle stelle di neutroni è determinata dall'azione combinata della gravità, che favorisce il collasso della stella, e delle forze che la contrastano e rendono possibile il realizzarsi di configurazioni di equilibrio stabile. La forza di gravità è bilanciata dalla pressione generata dalle reazioni di fusione nucleare che provocano la nucleosintesi degli elementi leggeri prima, e successivamente di quelli pesanti. Quando termina la fase della fusione del ferro, la stella riprende a collassare dando luogo all'esposizione di una supernova e, infine, alla nascita di una stella di neutroni.

Nel 1970 Chandrasekhar scoprì che l'emissione di onde gravitazionali da parte di stelle rotanti poteva causarne l'instabilità [3, 4]. La radiazione gravitazionale viene emessa quando una perturbazione, interna o esterna, eccita uno dei modi di oscillazione non radiale propri della stella. Nelle stelle non rotanti l'effetto dell'emissione di radiazione gravitazionale è dissipativo, e tende a smorzare le oscillazioni della stella. Nelle stelle rotanti però la situazione può cambiare drasticamente. Sul finire degli anni settanta,

Friedman e Schutz [5] provarono che il fenomeno descritto da Chandrasekhar è tale da rendere instabile qualsiasi stella rotante composta da materia con le caratteristiche di un fluido perfetto.

Perchè una stella rotante sia stabile, devono quindi esistere al suo interno dei processi dissipativi che contrastano l'instabilità predetta da Chandrasekhar, Friedman e Schutz. Tra questi processi gioca un ruolo fondamentale la viscosità, che può essere descritta utilizzando due coefficienti, chiamati viscosità di taglio (o primo coefficiente di viscosità) e viscosità di volume (o secondo coefficiente di viscosità) [6].

La viscosità di taglio nasce dai processi di diffusione che avvengono tra le diverse particelle che costituiscono il fluido stellare, mentre, la viscosità di volume (anche nota come viscosità bulk) si attiva allorquando nel fluido stellare non sono soddisfatte le condizioni di equilibrio chimico, ovvero quando i tassi di reazione di processi di decadimento diretto ed inverso non sono uguali [7]. Tra i diversi processi di decadimento che si possono avere nella materia che costituisce una stella di neutroni, quelli associati all'emissione di neutrini e antineutrini forniscono i contributi maggiori alla viscosità bulk. Tra questi, i più importanti sono i cosiddetti processi Urca, diretti o modificati.

I due coefficienti che descrivono la viscosità hanno ovviamente una dipendenza dalla temperatura. Si può dimostrare che la viscosità di taglio risulta essere dominante a temperature minori di  $\sim 10^9$  K, mentre al di sopra o nell'intorno di questo limite il contributo maggiore è dato dalla viscosità bulk, che quindi svolge un ruolo dominante nella prima fase evolutiva della stella di neutroni [8].

In questo lavoro di Tesi abbiamo calcolato la viscosità bulk associata ai processi Urca diretti. In questo caso, la viscosità, risulta essere completamente determinata dai potenziali chimici e dalle concentrazioni delle diverse specie adroniche e leptoniche presenti nella materia stellare. Si è considerato il fluido stellare costituito di neutroni, protoni, elettroni e muoni, in equilibrio termico, ad una temperatura di  $\sim 10^9$  K, cioè laddove la

viscosità bulk domina su quella di taglio. Per i calcoli numerici abbiamo utilizzato, per la prima volta, un'equazione di stato derivata da una hamiltoniana fenomenologica realistica utilizzando la teoria a molti corpi non relativistica ed il metodo di Monte Carlo [9].

La Tesi è strutturata nel modo seguente.

Nel Capitolo 1 vengono descritte brevemente le caratteristiche della struttura delle stelle di neutroni.

Nel Capitolo 2 si trattano le instabilità delle stelle di neutroni, sottolineando l'importanza che siano presenti all'interno delle stelle dei meccanismi dissipativi che contrastino l'emissione gravitazionale, permettendo così alla stella di raggiungere delle configurazioni stabili. In particolare, ci si sofferma sul modo di oscillazione fondamentale (modo  $f$ ) e sui modi di rotazione (modi  $r$ ).

La prima parte del Capitolo 3 è dedicata alla descrizione delle proprietà della materia nucleare e delle interazioni tra i suoi costituenti. Segue una breve discussione dell'equazione di stato che abbiamo usato per modellare la materia all'interno delle stelle di neutroni.

Nel Capitolo 4 si descrive in dettaglio la viscosità bulk della materia nucleare in assenza di superfluidità. Dopo una breve introduzione sui fluidi viscosi è trattato il formalismo che porta ad ottenere l'espressione finale della viscosità bulk. Infine sono discussi i risultati numerici ottenuti utilizzando l'equazione di stato di Gandolfi et al. [9].

# Capitolo 1

## Stelle di neutroni

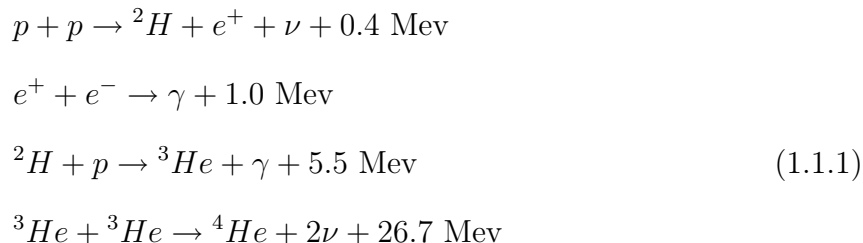
Le stelle compatte, cioè le nane bianche, le stelle di neutroni e i buchi neri, rappresentano lo stadio finale dell'evoluzione stellare [1, 2]. Esse differiscono dalle normali stelle, in quanto il combustibile necessario ad innescare le reazioni di fusione nucleare che portano alla produzione di calore, non è più disponibile. La pressione necessaria per mantenere l'equilibrio idrostatico non è quindi di origine termica, ma viene prodotta da meccanismi diversi, attivati da effetti quantistici o dalla dinamica interna della materia stellare.

Una stella di neutroni è una stella compatta in cui la pressione che bilancia la spinta gravitazionale è dovuta alle interazioni tra i neutroni costituenti.

### 1.1 Formazione delle stelle di neutroni

La formazione di una stella inizia con la contrazione di una nube di idrogeno auto-gravitante. Il collasso graduale determina un aumento della temperatura della nube, che provoca a sua volta lo sviluppo di una pressione termica che tende a bilanciare la contrazione gravitazionale. Quando l'energia di legame gravitazionale è maggiore dell'energia termica dei costituenti il processo di contrazione continua. La temperatura della parte interna (*core*) della stella aumenta così fino a raggiungere il valore di innesco delle reazioni

di fusione nucleare dell'idrogeno in elio:



Va notato che tutte queste reazioni sono esotermiche e l'energia è rilasciata sotto forma di energia cinetica delle particelle prodotte. L'equilibrio si raggiunge quando l'attrazione gravitazionale è bilanciata dalla pressione della materia. Quando si esaurisce l'idrogeno nucleare, il core non produce più calore. Di conseguenza la pressione interna non può più essere bilanciata e la contrazione indotta dall'attrazione gravitazionale riprende. Se la massa del core di elio è abbastanza grande, la sua contrazione, associata ad un ulteriore aumento di temperatura, provoca l'innescarsi di nuove reazioni di fusione, le quali portano alla produzione di nuclei più pesanti, quali il carbonio e l'ossigeno.

A questo punto si hanno due possibili esiti nell'evoluzione della stella: il primo è la formazione di una *nana bianca*, mentre il secondo è la formazione di una *stella di neutroni* o di un *buco nero*.

Nel primo caso, essendo la massa iniziale della stella relativamente piccola ( $M < 4M_{\odot}$ , dove  $M_{\odot}$  è la massa del Sole, pari a  $1.989 \times 10^{33}$  g), la stella non raggiunge la temperatura necessaria ad innescare reazioni di fusione del carbonio e dell'ossigeno (le temperature d'innescio di queste reazioni di nucleosintesi in una stella massiva sono riassunte nella Tabella 1.1); di conseguenza lo strato esterno è instabile e il core collassa. Le nane bianche sono stelle di densità  $\sim 3 \times 10^6$  g/cm<sup>3</sup> e raggio  $\sim 2 \times 10^3$  Km. La loro stabilità è determinata dal bilanciamento tra la contrazione gravitazionale e la pressione di degenerazione degli elettroni relativistici. Nel 1931 Chandrasekhar dimostrò l'esistenza di una massa limite,  $M_c = 1,44 M_{\odot}$ , oltre la quale le nane bianche divengono instabili rispetto al collasso



gravitazionale.

Combustibile	Prodotti Principali	Temperatura [°K]	Densità [g/cm <sup>3</sup> ]	Durata [anni]
H	He	$6 \times 10^7$	5	$7 \times 10^6$
He	C, O	$2 \times 10^8$	700	$5 \times 10^5$
C	O, Ne, Mg	$9 \times 10^8$	$2 \times 10^5$	600
Ne	O, Mg, Si	$1,7 \times 10^9$	$4 \times 10^5$	1
O	Si, S	$2,3 \times 10^9$	$10^7$	0,5
Si	Fe	$4 \times 10^9$	$3 \times 10^7$	0,0025

Tabella 1.1: Fasi della nucleosintesi in una stella di massa  $\sim 25M_{\odot}$ .

Nel secondo caso, quando la massa iniziale della stella è maggiore di  $4M_{\odot}$ , si raggiungono temperature sufficientemente elevate da portare il processo di nucleosintesi fino allo stadio finale, cioè alla creazione di un core di ferro, il nucleo più stabile esistente in natura. La gravità fa collassare il core, rendendo gli elettroni relativistici, ma nonostante ciò la pressione di degenerazione degli elettroni cresce più lentamente rispetto a quella gravitazionale. La formazione del core di ferro è accompagnata dalla comparsa di neutrini, dovuta al fatto che parte del ferro si forma nella reazione



I neutrini prodotti non interagiscono apprezzabilmente con la materia circostante, e quindi fuoriescono dalla regione del core sottraendole energia. In questa fase sia la gravitazione che l'emissione di neutrini contribuiscono al collasso del sistema, che viene reso molto rapido dall'azione di meccanismi diversi, i più efficienti dei quali sono

- la **neutronizzazione** cioè la reazione di cattura elettronica da parte dei protoni



il cui effetto principale è la scomparsa di elettroni, che provoca a sua volta una diminuzione della pressione;

- la fotodisintegrazione del ferro



che, essendo una reazione endotermica, assorbe energia dal sistema, favorendone così la contrazione.

Quando la sua massa supera il limite di Chandrasekhar, il core collassa in un tempo dell'ordine della frazione di secondi, fino a raggiungere la densità tipica dei nuclei atomici. A questo punto esso si comporta come un nucleo atomico di dimensioni gigantesche, composto quasi esclusivamente di neutroni, che resiste all'ulteriore compressione producendo una violenta onda d'urto elastica che trasporta una frazione rilevante di materia all'esterno della stella. Durante questa fase esplosiva avviene la nucleosintesi degli elementi più pesanti del ferro, che si conclude con la nascita di una *supernova*, una stella la cui luminosità supera quella solare di un fattore  $\sim 10^9$ , per poi diminuire nuovamente a un fattore  $\sim 10^2$  in qualche mese. Abbiamo quindi a che fare con una nube di gas prodotta nell'esplosione, una *nebulosa*, al cui centro si trova ciò che resta del core, una *stella di neutroni*. Se al contrario l'esplosione fallisce, la stella collassa ulteriormente dando vita a un *buco nero*.

Storicamente, già due anni dopo la scoperta del neutrone dovuta a Chadwick nel 1932, Baade e Zwicky suggerirono la possibilità che una stella compatta costituita da questo nuovo tipo di particella potesse trovarsi nei resti dell'esplosione di una supernova. La loro ipotesi era basata sulla convinzione che l'unico meccanismo in grado di produrre esplosioni stellari visibili per settimane, capaci di proiettare nello spazio una quantità di materia pari a molte masse solari a velocità di migliaia di chilometri al secondo, fosse il collasso del nucleo centrale di una stella di massa sufficientemente elevata.

Molti anni prima della scoperta delle pulsars, Oppenheimer, Volkoff e Tolman [10, 11], stimolati dall'ipotesi di Baade e Zwicky, effettuarono il primo calcolo delle proprietà di

equilibrio di una stella di neutroni nell'ambito della teoria della relatività generale. I risultati di questo studio dimostrarono che la massa di una stella formata da neutroni non interagenti non può superare il valore di  $\sim 0.8 M_{\odot}$ . Questo valore della massa è però incompatibile con quello ottenuto dalle misure più precise,  $\sim 1.4M_{\odot}$ . Questa discrepanza può essere spiegata solo con la presenza di una pressione di origine dinamica, dovuta alle interazioni forti tra i nucleoni.

La conferma sperimentale dell'esistenza delle stelle di neutroni si ebbe nel 1964, quando Hewish e la sua studentessa Bell [12] osservarono da Cambridge le prime pulsars, cioè sorgenti di onde radio periodiche di eccezionale regolarità, posizionate fuori dal sistema solare. Questi sistemi furono subito identificati come stelle di neutroni in rapidissima rotazione che emettono fasci di onde radio dai poli magnetici. In seguito, la prima evidenza della connessione tra pulsars e supernovæ avvenne con la scoperta di due pulsars, posizionate tra i resti della supernova Vela e al centro della nebulosa del Granchio. Nel corso degli anni '70 furono scoperte circa altre 250 pulsars, e oggi se ne conoscono circa 1100.

Le osservazioni astronomiche ci dicono che le stelle di neutroni possiedono una massa di poco maggiore della massa del Sole contenuta all'interno di un volume il cui raggio è circa 10 Km. In queste condizioni la densità media della materia è paragonabile a quella dei nuclei atomici, cioè dell'ordine di  $10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>.

## 1.2 Struttura delle stelle di neutroni

Come abbiamo già detto, la materia all'interno delle stelle di neutroni può essere considerata a temperatura nulla, perchè a densità  $\sim 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup> la sua temperatura è dell'ordine di  $10^9$  K  $\sim 100$  KeV. In queste condizioni l'energia termica è molto minore dell'energia cinetica di Fermi dei nucleoni, ( $\sim 10$  MeV). Inoltre la materia è considerata trasparente ai neutrini, perchè il cammino libero medio dei neutrini che si ottiene dai

calcoli teorici risulta essere molto maggiore del raggio tipico di una stella di neutroni ( $\sim 10$  Km).

Possiamo rappresentare schematicamente la sezione di una stella di neutroni come in Fig. 1.1, dove si nota come la struttura interna sia fortemente disomogenea.

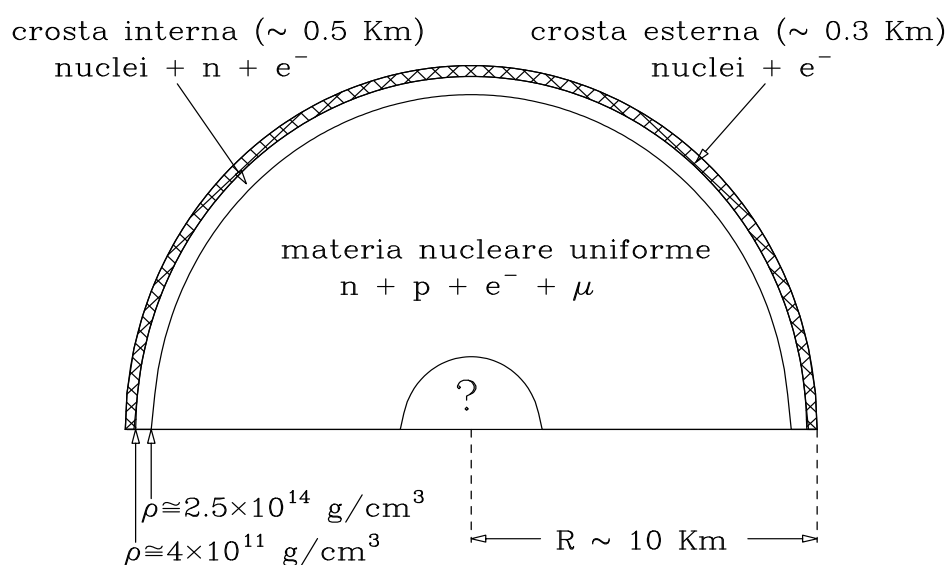


Figura 1.1: Rappresentazione schematica della struttura interna di una stella di neutroni.

Descriveremo ora brevemente la struttura della materia presente nei diversi strati che si succedono muovendosi dall'esterno, cioè dalla regione a densità più bassa, verso il centro.

- **crosta esterna** ha uno spessore di  $\sim 0.3$  Km e una densità che varia tra un valore superficiale  $\rho \sim 10^7$  g/cm<sup>3</sup> fino a  $\rho \sim 4 \times 10^{11}$  g/cm<sup>3</sup>, all'interfaccia con la crosta interna; in questa regione la materia è costituita da un reticolo di nuclei atomici immersi in un gas di elettroni. È in questo strato della stella che avviene il fenomeno della *neutronizzazione*. Al crescere della densità cresce il potenziale chimico degli elettroni, e quindi il processo di cattura elettronica può diventare

energeticamente favorito. Il risultato è la presenza di nuclei sempre più ricchi in neutroni. La neutronizzazione si arresta quando non ci sono più stati legati di energia negativa disponibili, dando luogo al fenomeno del *neutron drip*. La densità alla quale si manifesta il neutron drip segna il confine fra crosta esterna e crosta interna;

- **crosta interna** ha uno spessore di  $\sim 0.5$  Km e una densità che varia fra i valori  $\rho \sim 4 \times 10^{11}$  g/cm<sup>3</sup> e  $\rho \sim 1.4 \times 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>. In questa regione la materia è costituita da nuclei atomici ricchi di neutroni, immersi in un gas di elettroni e neutroni. Per densità  $\rho < 4 \times 10^{12}$  g/cm<sup>3</sup> la pressione è dovuta principalmente al gas di elettroni, mentre per densità  $\rho > 4 \times 10^{12}$  g/cm<sup>3</sup> i neutroni danno il contributo maggiore.

Nella crosta interna la materia si presenta in due stati di aggregazione: uno particolarmente ricco di protoni, chiamato *Proton Rich Matter* (PRM), e l'altro che consiste invece di un gas di neutroni, chiamato appunto *Neutron Gas* (NG). In entrambe le fasi è sempre presente il gas di elettroni, che garantisce la neutralità elettrica della materia.

In queste condizioni le proprietà geometriche della materia sono fortemente caratterizzate dalla densità e si possono avere i seguenti casi

- quando  $4 \times 10^{11}$  g/cm<sup>3</sup>  $< \rho < 0.35 \rho_0$ , dove con  $\rho_0$  ci riferiamo alla densità centrale tipica di un nucleo atomico, pari a  $2.7 \times 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>, lo stato di minima energia è costituito da ammassi sferici di nuclei, ovvero sferette di PRM, circondati da un gas di elettroni e neutroni;
- per  $0.35 \rho_0 < \rho < 0.5 \rho_0$ , queste sferette si fondono a formare barre sottili
- e infine per  $0.5 \rho_0 < \rho < 0.56 \rho_0$  dalle barre si formano strati di PRM che si alternano a strati di NG.

La comparsa di queste strutture è dovuta al complicato meccanismo di equilibrio tra interazioni nucleari di volume e di superficie e interazioni elettrostatiche;

- **core esterno** per  $\rho > 0.56 \rho_0$  non si ha più separazione fra i due diversi stati della materia, PRM e NG, e lo stato fondamentale si presenta come un fluido omogeneo di neutroni, protoni ed elettroni in equilibrio rispetto al decadimento beta e alla cattura elettronica. Per densità sufficientemente elevate il potenziale chimico degli elettroni può superare la massa a riposo del muone ( $m_\mu = 105 \text{ MeV}$ ), rendendo quindi energeticamente favorita la comparsa di muoni attraverso il processo



Lo stato fondamentale della materia consiste quindi di un fluido omogeneo di neutroni, protoni, elettroni e muoni. Il numero dei leptoni è ovviamente quello necessario per mantenere la neutralità elettrica. Il rapporto fra il numero di particelle cariche e i neutroni è  $\lesssim 10\%$ , e quindi la pressione interna è dovuta in gran parte ai neutroni. Come abbiamo già detto, questa pressione è di natura dinamica e origina dall'interazione forte fra i neutroni, caratterizzata da forze molto repulsive a corto raggio.

- **core interno** nella parte più interna della stella la densità raggiunge valori molto maggiori di quella tipica dei nuclei atomici. Non appena i potenziali chimici di neutrone ed elettrone raggiungono valori pari alla massa a riposo di adroni più pesanti, come la  $\Sigma^-$  ( $M_{\Sigma^-} = 1197 \text{ MeV}$ ), cioè per densità dell'ordine di  $\sim 2\rho_0$ , la produzione di queste particelle tramite interazioni deboli dei nucleoni è energeticamente favorita. Si possono inoltre verificare transizioni a stati eccitati dei nucleoni, e il neutrone può decadere attraverso i processi in cui si formano i mesoni  $\pi$  o  $K$ , i quali, essendo bosoni, possono dare luogo ad un condensato di Bose-Einstein.

Infine, si suppone che a densità particolarmente elevate si verifichi la transizione della materia ad uno stato completamente diverso, in cui i quark che costituiscono gli adroni sono deconfinati.

## Capitolo 2

# Instabilità nelle stelle di neutroni

Le pulsazioni non radiali delle stelle di neutroni e l'emissione di onde gravitazionali ad esse associata sottraggono energia e momento angolare alla stella [13]. Nelle stelle non rotanti l'effetto di queste perdite di radiazione gravitazionale è dissipativo e le pulsazioni della stella sono soppresse. Chandrasekhar per primo notò che nelle stelle rotanti la situazione è sostanzialmente diversa. Infatti, in questo caso, l'emissione gravitazionale porta all'incremento delle ampiezze di alcuni modi. Il meccanismo che guida questa instabilità è abbastanza semplice da comprendere: i modi che si propagano in direzione opposta rispetto alla rotazione stellare (vista nel riferimento del fluido co-rotante) presentano momento angolare negativo, visto che abbassano il momento angolare totale della stella. Ora, in una stella rotante, alcuni di questi modi contro-rotanti sono trascinati in avanti ed appaiono ad un osservatore inerziale come se si propagassero nella stessa direzione di rotazione della stella. Questi modi, così come illustrato in Fig.2.1, emettono radiazione gravitazionale con momento angolare positivo, dato che le perturbazioni di densità e quantità di moto appaiono ad un osservatore all'infinito come se questi ruotassero nella stessa direzione della stella. Il momento angolare della radiazione gravitazionale abbassa il (già negativo) momento angolare di un tale modo, e di conseguenza l'ampiezza del modo cresce.

Questa emissione gravitazionale fu dapprima studiata da Friedman e Schultz per i modi di oscillazione fondamentali (modi  $f$ ) delle stelle rotanti. Essi dimostrarono che





Figura 2.1: Il modo contro-rotante (curva solida) è trascinato in avanti dalla rotazione della stella di fondo (curva tratteggiata) ed è spinto all'instabilità dall'emissione gravitazionale.

l'instabilità dovuta alla radiazione gravitazionale ha l'importante proprietà di rendere instabile ogni stella rotante costituita da materia che si comporti come un fluido perfetto. Questa scoperta suscitò un grande interesse per la possibilità che l'emissione gravitazionale possa giocare un ruolo fondamentale nell'evoluzione delle stelle di neutroni.

Sfortunatamente però la natura generica di questo processo destabilizzante non permette di predirne con precisione le conseguenze sulle reali stelle di neutroni. Infatti, le dissipazioni interne ad una stella (ovvero le viscosità) tendono a smorzare le pulsazioni che sono rese instabili dalla radiazione gravitazionale. Pertanto, se la dissipazione interna è sufficientemente forte, allora l'instabilità gravitazionale può essere sempre soppressa.

Calcoli dettagliati condotti sugli effetti dell'emissione gravitazionale e sulla dissipazione interna dei modi fondamentali di stelle rotanti rivelano che l'instabilità gravitazionale ha effetto solo in una stella che ruoti molto rapidamente. Stelle con velocità angolari inferiori ad un certo valore critico,  $\Omega < \Omega_C$  sono stabili, mentre quelle ruotanti rapidamente,  $\Omega > \Omega_C$ , sono soggette all'instabilità. Questa velocità angolare critica,  $\Omega_C$ , è raffigurata in Fig.2.2 per modelli realistici di stelle di neutroni.

L'intensità dei processi di dissipazione interna nelle stelle di neutroni è dipendente dalla temperatura, e conseguentemente la velocità angolare critica  $\Omega_C$  è anche funzione

della temperatura. La Fig.2.2 mostra che l'instabilità gravitazionale è completamente soppressa nei modi fondamentali ad eccezione del caso in cui la temperatura della stella di neutroni non sia nell'intervallo,  $10^7 K < T < 10^{10} K$ . Inoltre, la dissipazione interna è così intensa che i modi fondamentali non sono mai instabili, a meno che la velocità angolare della stella non superi il valore di  $0.91 \Omega_{max}$ . Quindi l'instabilità gravitazionale nei modi fondamentali non può ridurre significativamente lo *spin* di una stella di neutroni e quindi non si avrà una notevole emissione di radiazione gravitazionale.

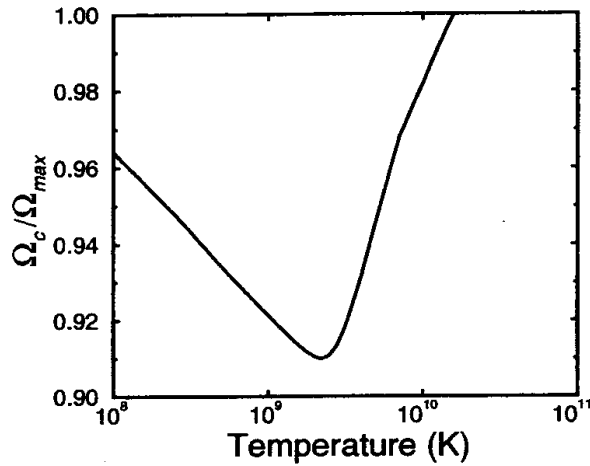


Figura 2.2: Dipendenza dalla temperatura della velocità angolare critica  $\Omega_C$  nelle stelle di neutroni rotanti: un modo f è portato all'instabilità dalla radiazione gravitazionale quando la velocità angolare della stella supera  $\Omega_C$

Questa visione sull'instabilità gravitazionale iniziò a cambiare quando Andersson [14], Friedman e Morsink [15], mostrarono che anche i modi r, cioè i modi di oscillazione non radiali la cui forza di richiamo è la forza di Coriolis, sono soggetti all'instabilità. Inoltre, essi dimostrarono che tutti i modi possono essere portati all'instabilità. Successivamente, calcoli eseguiti da Lindblom, Owen e Morsink [16] misero in luce che l'instabilità nei modi-r è abbastanza intensa da superare i più usuali processi di dissipazione interna presenti nella materia stellare, anche per quanto riguarda stelle che ruotano lentamente.

Pertanto, l'instabilità gravitazionale nei modi r sembra capace di ridurre significativamente il momento angolare delle stelle di neutroni rotanti e, inoltre, la radiazione emessa durante questi eventi di spin-down potrebbero essere rivelati attraverso gli interferometri terrestri.

## 2.1 Instabilità da radiazione gravitazionale nei modi r

Come abbiamo anticipato, i modi r (anche detti modi dominati dalla rotazione, modi inerziali, o onde di Rossby) sono oscillazioni delle stelle di neutroni in cui la forza di richiamo è quella di Coriolis [17].

Questi modi sono principalmente perturbazioni della velocità, che per stelle barotropiche che ruotano lentamente presentano la semplice forma analitica

$$\delta\bar{v} = \alpha R\Omega \left(\frac{r}{R}\right)^m \bar{Y}_{mm}^B e^{i\omega t} + O(r^3), \quad (2.1.1)$$

dove  $\alpha$  è l'ampiezza adimensionale del modo,  $R$  e  $\Omega$  sono il raggio e la velocità angolare della stella all'equilibrio,  $\bar{Y}_{lm}^B = \hat{r} \wedge r \bar{\nabla} Y_{lm} / \sqrt{l(l+1)}$  è l'armonica sferica vettoriale di tipo magnetico e  $\omega$  è la frequenza del modo.

A causa della presenza della forza di Coriolis, le frequenze dei modi r sono indipendenti dall'equazione di stato e sono proporzionali alla velocità angolare della stella,

$$\omega = -\frac{(m-1)(m+2)}{m+1}\Omega + O(\Omega^3). \quad (2.1.2)$$

Il campo di velocità del modo r, equazione (2.1.1), è ovunque ortogonale alla direzione radiale  $\hat{r}$ , e presenta una struttura angolare determinata da  $Y_{mm}$ . La Fig.2.3 fornisce la vista equatoriale e polare di questo campo di velocità per il modo r con  $m = 2$ , il quale gioca un ruolo fondamentale in caso d'instabilità da radiazione gravitazionale.

La Fig.2.4 mostra un'altra vista dello stesso campo nelle coordinate standard polari  $(\theta, \phi)$ . Le quattro zone di circolazione si propagano attraverso il fluido con velocità angolare  $-\frac{1}{3}\Omega$  (verso sinistra nella Fig.2.4). Gli elementi di fluido rispondono muovendosi

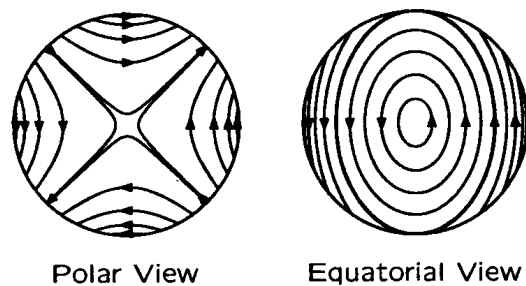


Figura 2.3: Vista polare ed equatoriale dello schema del flusso per il modo r con  $m = 2$ . Questo campo di velocità si propaga attraverso il fluido con velocità angolare  $\frac{2}{3}\Omega$  rispetto al riferimento inerziale, e  $-\frac{1}{3}\Omega$  rispetto al fluido

su percorsi determinati dalla Lagrangiana,  $\bar{\xi} = -i\delta\bar{v}/(\omega + m\Omega)$ . Al primo ordine, questi percorsi, sono delle ellissi, con eccentricità dipendente da  $\theta$  come mostrato al lato sinistro della Fig.2.4.

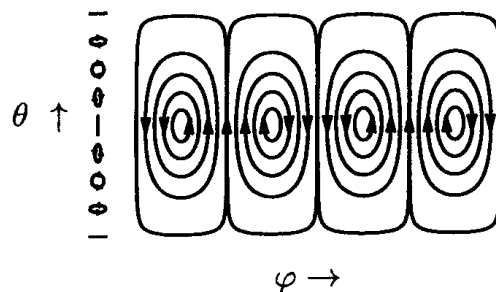


Figura 2.4: Rappresentazione nelle coordinate  $(\theta, \phi)$  dello schema di flusso del modo-r  $m = 2$ .

Gli effetti della dissipazione (equivalentemente della viscosità e della radiazione gravitazionale) sull'evoluzione del modo-r sono più semplici da studiare se si considera  $\tilde{E}$ , l'energia della perturbazione (misurata nel riferimento co-rotante con il fluido). All'ordine

più basso in  $\Omega$ ,  $\tilde{E}$  è data da

$$\tilde{E} = \frac{1}{2} \int \rho \delta \bar{v}^* \delta \bar{v} d^3x + O(\Omega^4) . \quad (2.1.3)$$

Quest'energia è conservata in assenza di dissipazione, e più in generale soddisfa l'equazione

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}}{dt} = & -\omega(\omega + m\Omega) \sum_{l \geq m} N_l \omega^{2l} \left[ |\delta D_{lm}|^2 + \frac{4l |\delta J_{lm}|^2}{c^2(l+1)} \right] + \\ & - \int (2\eta \delta \sigma_{ab}^* \delta \sigma^{ab} + \zeta \delta \sigma^* \delta \sigma) d^3x , \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

dove  $N_l = 4\pi G(l+1)(l+2)\{c^{2l+1}l(l-1)[(2l+1)!!]^2\}^{-1}$  sono costanti positive; e  $\delta D_{lm}$  e  $\delta J_{lm}$  sono la massa e la corrente dei momenti multipolari della perturbazione,

$$\delta D_{lm} = \int \delta \rho r^l Y_{lm}^* d^3x \quad (2.1.5)$$

$$\delta J_{lm} = \int r^l (\rho \delta \bar{v} + \delta \rho \bar{v}) \bar{Y}_{lm}^{B*} d^3x . \quad (2.1.6)$$

Il secondo termine nel lato destro dell'equazione (2.1.4) rappresenta la dissipazione dovuta alla viscosità di taglio e a quella bulk del fluido:  $\eta$  e  $\zeta$  sono i coefficienti viscosi. Questi termini di viscosità agiscono nella (2.1.4) riducendo l'energia  $\tilde{E}$  e pertanto tendono a smorzare i modi r. Il primo termine nel lato destro dell'equazione (2.1.4) rappresenta l'effetto della radiazione gravitazionale sulla perturbazione. Il segno di questo termine è determinato dal segno di  $\omega(\omega + m\Omega)$ , equivalentemente il prodotto delle frequenze nel riferimento inerziale e rotante. Questo prodotto,

$$\omega(\omega + m\Omega) = -\frac{2(m-1)(m+2)}{(m+1)^2} \Omega^2 < 0 , \quad (2.1.7)$$

è negativo per i modi r, pertanto la radiazione gravitazionale tende a portare i modi r verso l'instabilità.

Per valutare il peso relativo della forza destabilizzante indotta dalla radiazione gravitazionale e delle forze dissipative viscosi, è conveniente definire la scala temporale dei

processi dissipativi,  $\tau$ , attraverso la relazione

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{2\tilde{E}} \frac{d\tilde{E}}{dt} = -\frac{1}{\tau_{GR}} + \frac{1}{\tau_V}. \quad (2.1.8)$$

Gli integrali che compaiono a secondo membro nelle equazioni (2.1.3)-(2.1.6) sono facilmente eseguibili per determinare il contributo della radiazione gravitazionale e quello viscoso a  $1/\tau$ . Usando modelli stellari newtoniani basati su una descrizione abbastanza realistica della materia all'interno delle stelle di neutroni, i tempi scala inversi risultano essere

$$\frac{1}{\tau_{GR}} = \frac{1}{3,3s} \left( \frac{\Omega^2}{\pi G \bar{\rho}} \right) \quad (2.1.9)$$

$$\frac{1}{\tau_V} = \frac{1}{3 \times 10^8 s} \left( \frac{10^9 K}{T} \right)^2 + \frac{1}{2 \times 10^{11} s} \left( \frac{T}{10^9} \right)^6 \left( \frac{\Omega^2}{\pi G \bar{\rho}} \right). \quad (2.1.10)$$

Per piccole velocità angolari,  $\Omega \ll \sqrt{\pi G \bar{\rho}}$ , il tempo scala relativo all'emissione gravitazionale è molto grande e quindi la dissipazione viscosa domina sempre,  $1/\tau_{GR} \ll 1/\tau_V$ . In questo limite le stelle di neutroni sono sempre stabili. Al contrario, quando  $\Omega$  è sufficientemente grande, il tempo scala dell'emissione gravitazionale è più piccolo rispetto a quello viscoso e la stella di neutroni è instabile.

La velocità angolare critica  $\Omega_C$ ,

$$\frac{1}{\tau(\Omega_C)} = 0 \quad (2.1.11)$$

segna il confine tra la stabilità e l'instabilità. Va notato che poichè le viscosità sono dipendenti dalla temperatura, allora così sarà anche per  $\Omega_C$ .

La curva continua in Fig.2.5 mostra la dipendenza dalla temperatura di  $\Omega_C$  per i modi r. Il minimo di questa curva si raggiunge a  $\Omega_C = 0.045 \Omega_{max}$ . Per confronto la Fig.2.5 mostra anche  $\Omega_C$  per l'instabilità dovuta ad emissione gravitazionale nei modi f. È ovvio che i modi r sono portati all'instabilità dalla radiazione gravitazionale su di una gamma molto più ampia di velocità angolari rispetto ai modi f. Pertanto l'instabilità

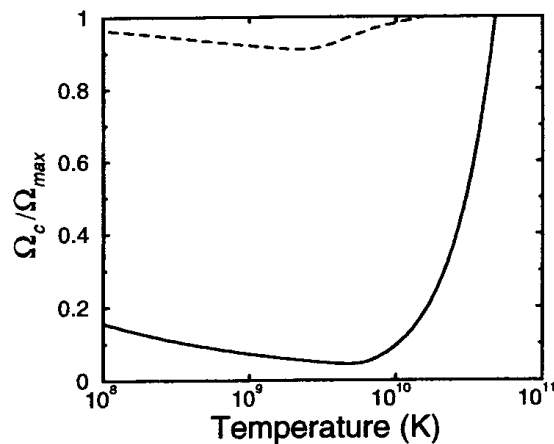


Figura 2.5: Dipendenza dalla temperatura della velocità angolare critica  $\Omega_C$  per le stelle di neutroni rotanti. La curva solida fornisce  $\Omega_C$  per l'instabilità nel modo-r con  $m = 2$ , mentre per confronto la curva tratteggiata fornisce  $\Omega_C$  per i modi-f.

gravitazionale nei modi r potrebbe giocare un ruolo fondamentale nel limitare le velocità angolari delle stelle di neutroni. Inoltre la radiazione emessa durante un evento di *spin-down* potrebbe essere rivelabile.

## Capitolo 3

# Equazione di stato della materia nucleare nelle stelle di neutroni

La descrizione della materia all'interno delle stelle di neutroni è molto complessa, poichè passando dall'una all'altra delle regione descritte nel Capitolo 1 i gradi di libertà dinamici cambiano (nuclei, nucleoni, quark, ...) e possono verificarsi transizioni tra fasi diverse. Quasi tutti i modelli esistenti concordano nel prevedere che una regione estesa della stella, il core esterno, è occupato da un fluido uniforme di neutroni, protoni e leptoni in equilibrio rispetto al decadimento  $\beta$ . Nel nostro lavoro ci siamo quindi concentrati su questa fase della materia.

I dati sperimentali di cui disponiamo possono essere utilizzati per ricavare delle condizioni di natura generale che devono essere soddisfatte da ogni modello realistico di equazione di stato (EDS) della materia nucleare a temperatura nulla. Nei Paragrafi che seguono, dopo una rapida rassegna di queste condizioni, discuteremo la relazione tra l'EDS e le proprietà di equilibrio delle stelle di neutroni e le principali caratteristiche del modello dinamico che abbiamo utilizzato.



### 3.1 Caratterizzazione empirica dell'EDS

In condizioni normali, sulla Terra la materia nucleare si presenta sotto forma di nuclei atomici, cioè sistemi composti da protoni e neutroni. Questi nuclei presentano un'estensione limitata a causa della repulsione elettrostatica tra i protoni, che confina il numero di massa a valori  $A \lesssim 200$ . Inoltre essi sono dei sistemi freddi, poichè le energie termiche dei nucleoni sono trascurabili in confronto alle loro energie di Fermi.

Il vasto numero di dati accumulati con le misure di masse nucleari permette di porre dei vincoli sulla dipendenza dalla densità dell'energia di legame per nucleone  $E_N = B/A$ , legata alla pressione dalla relazione

$$P(n) = -\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right) = n^2 \left(\frac{\partial E_N}{\partial n}\right). \quad (3.1.1)$$

L'energia di legame per nucleone, cioè l'energia necessaria a sottrarre un nucleone da un nucleo, è definita come la differenza tra la somma delle masse dei nucleoni costituenti e la massa misurata del nucleo ovvero

$$E_N = \frac{B(Z, A)}{A} = \frac{1}{A} [Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z)] \quad (3.1.2)$$

in cui  $m_p$ ,  $m_n$  e  $M$  sono le masse, rispettivamente, del protone, del neutrone e del nucleo.

La dipendenza di  $B(Z, A)$  dal numero di protoni  $Z$  e dal numero di massa  $A$  è ben descritta dalla formula semiempirica delle masse [18]

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_A \frac{(A - 2Z)^2}{4A} + \lambda a_P \frac{1}{A^{\frac{1}{2}}} \quad (3.1.3)$$

che rappresenta un'efficace parametrizzazione dell'energia di legame totale ottenuta tramite l'analisi globale del gran numero di dati disponibili ricavati attraverso gli studi condotti sulle proprietà dei nuclei.

Il primo termine nella (3.1.3), proporzionale ad  $A$ , è detto termine di volume (*bulk*) e descrive il contributo all'energia dovuto ai nucleoni presenti all'interno del nucleo. Il

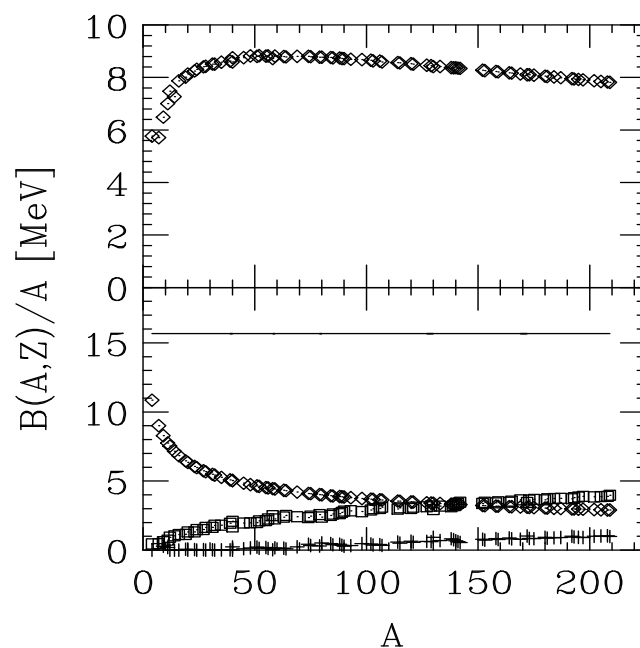


Figura 3.1: Pannello superiore: Dipendenza dal numero di massa  $A$  dell'energia di legame per nucleone dei nuclei stabili. Pannello inferiore: Dipendenza dal numero di massa  $A$  dei termini di volume (linea continua), superficie (rombi), coulombiano (quadrati), e di simmetria (croci) dell'Eq. (3.1.3).

secondo termine, proporzionale al quadrato del raggio nucleare  $R^1$ , è associato all'energia di superficie. Il terzo termine tiene conto della repulsione elettrostatica tra  $Z$  protoni uniformemente distribuiti all'interno di una sfera di raggio  $R$ . Il quarto termine, che va sotto il nome di *energia di simmetria*, è necessario per descrivere l'osservazione sperimentale che i nuclei stabili tendono ad avere lo stesso numero di neutroni e protoni. Infine, l'ultimo termine, detto energia di *pairing*, tiene conto del fatto che i nuclei con  $A - Z$  pari e  $Z$  pari sono in genere più stabili sia dei nuclei pari-dispari che di quelli dispari-dispari. Il coefficiente  $\lambda$  vale  $-1$  nel caso di nuclei pari-pari,  $0$  per i pari-dispari e  $1$  per i dispari-

<sup>1</sup>Ricordiamo che i raggi nucleari misurati sono descritti accuratamente dalla relazione empirica  $R = r_0 A^{1/3}$ , con  $r_0 = 1.07$  fm.

dispari. I valori delle altre costanti che compaiono nella (3.1.3) sono determinati in modo tale da riprodurre al meglio i dati sperimentali.

Nella parte superiore della Fig.3.1 è riportato l'andamento in funzione di  $A$  dell'energia di legame dei nuclei stabili, calcolata usando la formula semiempirica delle masse (3.1.3) con  $a_V = 15.67$  MeV,  $a_S = 17.23$  MeV,  $a_C = 0.714$  MeV,  $a_A = 93.15$  MeV e  $a_P = 11.2$  MeV. La parte inferiore illustra la dipendenza da  $A$  dei singoli contributi.

Il coefficiente del termine lineare in  $A$ ,  $a_V$ , rappresenta l'energia di legame della materia nucleare simmetrica, ovvero un ideale sistema uniforme, costituito da un ugual numero di protoni e neutroni accoppiati tra loro solo dalle interazioni forti.

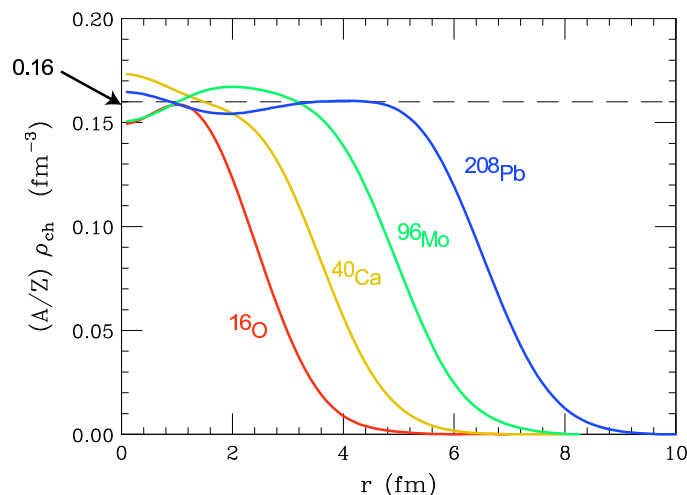


Figura 3.2: Andamento della densità di carica nucleare in funzione della distanza  $r$  dal centro del nucleo per vari valori di numero di massa  $A$ .

La densità di equilibrio di tale sistema,  $n_0$ , si può inferire dalle misure di densità di carica elettrica dei nuclei, che mostrano come per grandi valori di  $A$  questa saturi, cioè divenga indipendente da  $A$  (si veda la Fig.3.2).

Le proprietà empiriche della materia nucleare all'equilibrio sono:

$$E_0 = E(n = n_0) = 16 \text{ MeV} \quad n_0 \sim 0.16 \text{ fm}^{-3} . \quad (3.1.4)$$

## 3.2 Dipendenza delle proprietà di equilibrio delle stelle di neutroni dall'EDS

Intorno alla densità di equilibrio possiamo espandere  $E_N(n)$  nella forma

$$E_N(n) \approx E_0 + \frac{1}{2} \frac{K}{9} \frac{(n - n_0)^2}{n_0^2}, \quad (3.1.5)$$

dove

$$K = 9n_0^2 \left( \frac{\partial^2 E_N}{\partial n^2} \right)_{n=n_0} = 9 \left( \frac{\partial P}{\partial n} \right) \quad (3.1.6)$$

è il cosiddetto modulo di (in)compressibilità della materia nucleare. In linea di principio, il valore di questa quantità può essere ottenuto da misure dell'energia di eccitazione degli stati vibrazionali dei nuclei. Tuttavia, l'analisi di questi esperimenti introduce significative incertezze, per cui in letteratura i valori di  $K$  variano tra  $\sim 200$  MeV (corrispondente a materia nucleare molto compressibile, cioè ad una EDS che viene detta *soffice*) e  $\sim 300$  MeV (corrispondente a materia poco compressibile, cioè ad una EDS *rigida*) [19].

## 3.2 Dipendenza delle proprietà di equilibrio delle stelle di neutroni dall'EDS

L'EDS che descrive la materia all'interno della stella di neutroni ne determina le proprietà statiche, cioè massa  $M$  e raggio  $R$ , tramite le equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkov (TOV) [10][20]

$$\frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{[\epsilon(r) + P(r)][M(r) + 4\pi r^3 P(r)]}{r^2 [1 - 2GM(r)/r]}, \quad (3.2.1)$$

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 dr' \epsilon(r'). \quad (3.2.2)$$

Nelle due relazioni precedenti, che combinano le equazioni di Einstein della Relatività Generale e l'equazione dell'equilibrio idrostatico per il caso di una stella non rotante,  $P$  ed  $\epsilon$  rappresentano, rispettivamente, la pressione e la densità di massa-energia, mentre  $G$  è la costante di gravitazione.

### 3.2 Dipendenza delle proprietà di equilibrio delle stelle di neutroni dall'EDS

Per ogni fissato valore della densità centrale di massa-energia,  $\epsilon_C = \epsilon(0)$ , la (3.2.1) può essere integrata a partire dal punto  $r = 0$  fino al raggio  $R$  della stella, determinato dalla condizione  $P(R) = 0$ . La massa totale,  $M = M(R)$ , si ottiene quindi dalla (3.2.2).

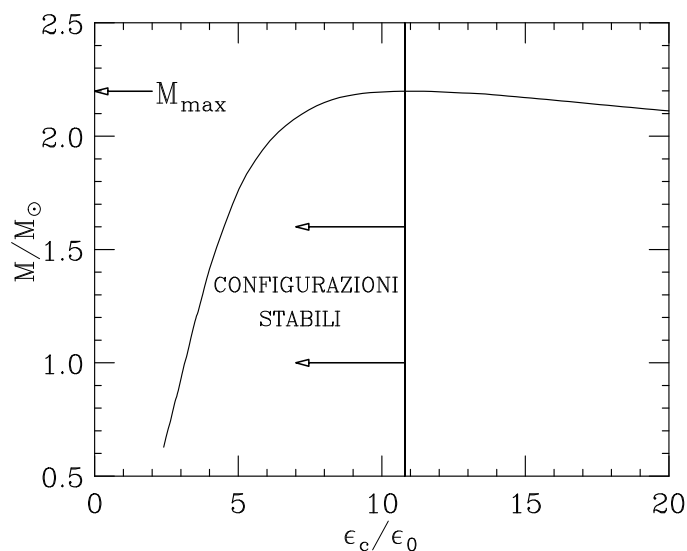


Figura 3.3: Andamento tipico della massa di una stella di neutroni (in unità di masse solari  $M_{\odot}$ ) in funzione della densità di energia al centro della stella (in unità della densità di energia della materia nucleare all'equilibrio)

Le misure più precise della massa delle stelle di neutroni, ottenute studiando il periodo delle radio pulsars appartenenti a sistemi binari, forniscono il valore medio [21]

$$M = 1.35 \pm 0,04M_{\odot} , \quad (3.2.3)$$

vincolando così ogni modello realistico di EDS a prevedere l'esistenza di stelle di neutroni stabili di massa  $\sim 1.4M_{\odot}$ . Tuttavia, questa condizione non è molto stringente, in quanto risulta soddisfatta dalla quasi totalità dei modelli di EDS presenti nella letteratura.

Una recente misura della massa della pulsar J1614-2230 [22], appartenente ad un sistema binario in cui la compagna è una nana bianca, ha fornito il risultato  $M =$

$1.97 \pm 0,04)M_{\odot}$ , suggerendo quindi la possibilità di masse molto al di sopra del valore canonico dato dalla (3.2.3). L'esistenza di una stella di neutroni con massa  $M > 1.8M_{\odot}$  rappresenta un vincolo molto più stringente, che esclude un gran numero di modelli teorici che predicono EDS molto soffici.

### 3.3 Interazione nucleone-nucleone

Come anticipato precedentemente, alcune importanti caratteristiche dell'interazione NN possono essere ricavate dall'analisi dei dati sperimentali disponibili.

Per prima cosa, come illustrato nella Fig. (3.2), si osserva una saturazione della densità nucleare, ovvero il fatto che la densità all'interno del nucleo atomico è circa costante ed indipendente dal numero di massa  $A$ . Ciò significa che i nucleoni non possono addensarsi oltre un certo limite. Quindi, a brevi distanze, la forza NN deve essere repulsiva. Assumendo che l'interazione possa essere descritta da un potenziale non relativistico  $v$  dipendente dalla distanza tra le particelle  $\bar{r}$ , possiamo quindi scrivere

$$v(\bar{r}) > 0 \quad |\bar{r}| < r_C, \quad (3.3.1)$$

dove  $r_C$  è il raggio della regione in cui il potenziale è repulsivo.

Il fatto che l'energia di legame nucleare per nucleone è circa la stessa per tutti i nuclei con  $A \geq 20$ ,

$$\frac{B(Z, A)}{A} \sim 8.5 \text{ MeV} \quad (3.3.2)$$

suggerisce che l'interazione NN abbia un raggio d'azione finito  $r_0$ , cioè che

$$v(\bar{r}) = 0 \quad |\bar{r}| > r_0 \quad (3.3.3)$$

Un'altra osservazione molto importante è quella che i nuclei speculari, cioè quei nuclei che hanno lo stesso numero di massa ma carica elettrica che differisce per una unità, hanno spettri energetici praticamente identici, a meno di piccole correzioni di origine

elettromagnetica; questo ci dice che l'interazione nucleare è indipendente dalla carica elettrica. In realtà questa proprietà dei nuclei speculari rispecchia una simmetria più generale dell'interazione NN, detta invarianza isotopica. Trascurando la piccola differenza di massa, protone e neutrone possono essere considerati come due stati di una stessa particella, il nucleone (N), descritta dall'equazione di Dirac ottenuta dalla lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_N (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_N, \quad (3.3.4)$$

dove

$$\psi_N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad (3.3.5)$$

e  $p$  ed  $n$  sono i quadrispinori associati al protone ed al neutrone. Il nucleone risulta così essere caratterizzato dal numero quantico di isospin  $t = 1/2$ . L'isospin può essere trattato come un momento angolare quanto-meccanico; protone e neutrone appartengono ad un doppietto e corrispondono, rispettivamente, alle proiezioni  $t_3 = +1/2$  e  $-1/2$ . Le coppie protone-protone e neutrone-neutrone hanno isospin totale  $T = 1$ , mentre una coppia protone-neutrone può essere in uno stato simmetrico con  $T = 1$  o  $T = 0$ .

Un'altra importante fonte d'informazione riguardo all'interazione NN è l'analisi dei sistemi a due nucleoni. Esiste un solo stato NN legato, il nucleo del deuterio  ${}^2\text{H}$ , costituito da un protone ed un neutrone accoppiati in modo tale che lo spin totale sia  $S = 1$  e l'isospin totale  $T = 0$ . Questa è già una chiara manifestazione della dipendenza delle forze nucleari dallo spin e dallo spin isotopico.

Inoltre, il nucleo di deuterio, presenta un momento di quadrupolo elettrico non nullo, ad indicare che la sua distribuzione di carica non ha simmetria sferica. Quindi l'interazione NN è non centrale, cioè dipende non solo dal modulo della distanza tra le particelle ma anche dalla sua direzione.

Ricapitolando, l'interazione tra due nucleoni dipende dalla loro distanza relativa  $\bar{r}$ , dallo spin totale  $S$  e dall'isospin totale  $T$ . Ad esempio, il potenziale  $v(\bar{r})$  che agisce tra

due protoni con spin totale  $S = 0$  è lo stesso che agisce tra un protone ed un neutrone con spin ed isospin accoppiati negli stati  $S = 0$  e  $T = 1$ .

La prima descrizione teorica dell'interazione NN fu proposta da Yukawa [23] nel 1935. Egli ipotizzò che l'interazione avvenisse tramite lo scambio di una particella, la cui massa si poteva stimare considerando il raggio d'interazione,  $r_0$ , secondo la relazione

$$r_0 \sim \frac{1}{\mu}. \quad (3.3.6)$$

Ponendo  $r_0 \sim 1\text{fm}$  si ottiene una massa  $\mu \sim 200\text{ MeV}$  ( $1\text{ fm}^{-1} = 197.3\text{ MeV}$ ). L'ipotesi di Yukawa fu implementata identificando la particella scambiata con il mesone  $\pi$  (o pione), scoperto nel 1947, la cui massa vale  $m_\pi \sim 140\text{ MeV}$ . Gli esperimenti mostrarono che il pione è una particella pseudoscalare che si presenta in tre diversi stati di carica, denotati con  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  e  $\pi^0$ . Quindi, può essere considerato un tripletto di isospin  $T = 1$  e gli stati di carica sono associati alle proiezioni dell'isospin  $T_3 = +1, 0$  e  $-1$ .

Per conoscere il potenziale che agisce fra due nucleoni, a seguito dello scambio di un pione, si deve calcolare l'ampiezza di diffusione NN partendo dalla lagrangiana di interazione relativistica

$$\mathcal{L}_I = -ig\bar{\psi}\gamma_5(\bar{\tau} \cdot \bar{\phi})\psi, \quad (3.3.7)$$

e farne poi il limite non relativistico [24]. Nella (3.3.7),  $g$  è una costante d'accoppiamento,  $\psi$  è il campo del nucleone,  $\bar{\tau}$  è l'operatore di spin isotopico e  $\bar{\phi}$  è definito in termini dei campi scalari pionici, ovvero  $\phi_1 = (\pi^+ + \pi^-)/\sqrt{2}$ ,  $\phi_2 = i(\pi^+ - \pi^-)/\sqrt{2}$  e  $\phi_3 = \pi^0$ .

Il potenziale risultante viene usualmente scritto nella forma

$$\begin{aligned} v_\pi &= \frac{g^2}{4m^2}(\bar{\tau}_1 \cdot \bar{\tau}_2)(\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\nabla})(\bar{\sigma}_2 \cdot \bar{\nabla})\frac{e^{-m_\pi r}}{r} \\ &= \frac{g^2}{(4\pi)^2} \frac{m_\pi^3}{4m^2} \frac{1}{3}(\bar{\tau}_1 \cdot \bar{\tau}_2) \left\{ \left[ (\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\sigma}_2) + S_{12} \left( 1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \right] \frac{e^{-x}}{x} + \right. \\ &\quad \left. - \frac{4\pi}{\mu^3}(\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\sigma}_2)\delta^{(3)}(\bar{r}) \right\}, \end{aligned} \quad (3.3.8)$$



dove  $x = m_\pi |\bar{r}|$ , e

$$S_{12} = \frac{3}{r^2} (\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{r})(\bar{\sigma}_2 \cdot \bar{r}) - (\bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\sigma}_2) . \quad (3.3.9)$$

Gli operatori  $\sigma_i$  e  $\tau_i$  ( $i = 1, 2$ ) descrivono spin e isospin dei due nucleoni e  $\bar{r}$  è la distanza relativa. Il termine che contiene l'operatore  $S_{12}$  tiene conto della natura non centrale delle forze nucleari.

Il potenziale descritto dalla (3.3.8) descrive accuratamente solo la parte a lungo raggio dell'interazione nucleare ( $|\bar{r}| > 1,5$  fm); per tenere conto anche della parte a medio e corto raggio bisogna considerare processi in cui si ha lo scambio di due o più pioni, o di particelle adroni più pesanti, come i mesoni  $\rho$  e  $\omega$ . Inoltre, maggiore è la densità della materia, maggiore è la probabilità che i nucleoni si sovrappongono. In queste condizioni, l'interazione dovrebbe essere descritta a partire dai gradi di libertà dei costituenti dei nucleoni stessi, cioè quark e gluoni.

Per descrivere l'interazione NN a tutte le distanze si utilizzano potenziali fenomenologici del tipo:

$$v_{ij} = v_{\pi,ij} + \sum_n v^{(n)}(r_{ij}) O_{ij}^{(n)} , \quad (3.3.10)$$

dove  $r_{ij} = |\bar{r}_i - \bar{r}_j|$  e  $v_\pi$  è il potenziale di scambio di un pione definito dalla (3.3.8) (senza il contributo della funzione  $\delta$ ). Le funzioni radiali  $v^{(n)}(r_{ij})$ , che descrivono le parti a corto e medio raggio, e l'insieme di operatori  $O_{ij}^n$  si scelgono in modo tale da riprodurre i dati disponibili sul sistema di due nucleoni: energia di legame, raggio di carica e momento di quadrupolo del deutone e sfasamenti della diffusione NN per energie al di sotto della soglia di produzione del pione.

Un insieme di operatori molto usato in letteratura è costituito dai sei elementi

$$O_{ij}^{(n)} = 1, (\bar{\sigma}_i \cdot \bar{\sigma}_j), (\bar{\tau}_i \cdot \bar{\tau}_j), (\bar{\sigma}_i \cdot \bar{\sigma}_j)(\bar{\tau}_i \cdot \bar{\tau}_j), S_{ij}, S_{ij}(\bar{\tau}_i \cdot \bar{\tau}_j) . \quad (3.3.11)$$

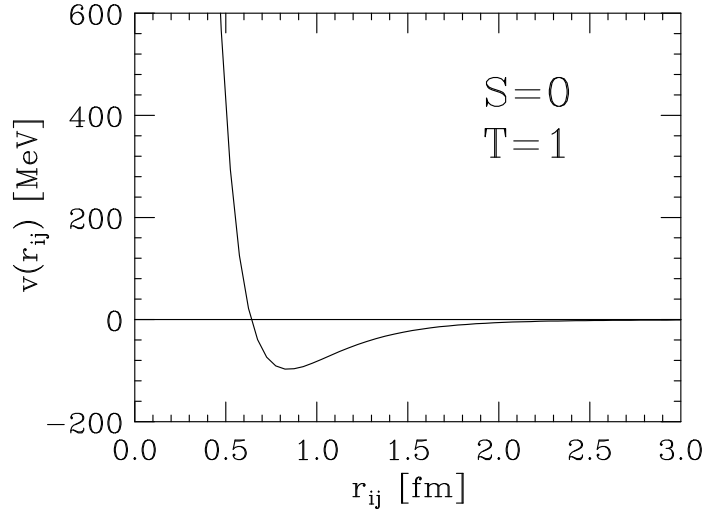


Figura 3.4: Andamento radiale del potenziale d'interazione tra due nucleoni nello stato di momento angolare relativo  $\ell = 0$  e spin ed isospin totali  $S = 0$  e  $T = 1$ .

I potenziali scritti come nell'equazione (3.3.10) usando gli operatori della (3.3.11) sono detti modelli  $v_6$ . I migliori fit disponibili dei dati di diffusione NN sono stati ottenuti includendo diciotto operatori, per tener conto delle interazioni spin-orbita e di piccoli effetti dovuti alla rottura della simmetria di carica [25].

L'andamento del potenziale di interazione NN è mostrato nella Fig. (3.4), si può notare il core repulsivo a corto raggio, dovuto allo scambio di mesoni pesanti o a meccanismi più complicati che coinvolgono i costituenti dei nucleoni, seguito da una regione a medio raggio attrattiva, che si ritiene sia dovuta principalmente a processi di scambio di due pioni. Infine, a grandi distanze domina il meccanismo di scambio di un pione.

Il potenziale di interazione NN descritto precedentemente viene utilizzato nell'ambito della teoria a molti corpi non relativistica, che descrive la materia nucleare come un sistema di nucleoni puntiformi, interagenti tramite l'hamiltoniano

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \sum_{j>i=1}^A v_{ij} + \dots, \quad (3.3.12)$$

dove  $\bar{p}_i$  è l'impulso dell' $i$ -esimo nucleone,  $v_{ij}$  è il potenziale NN ed i puntini di sospensione indicano la possibile presenza di interazioni che coinvolgono più di due nucleoni.

### 3.4 EDS ottenuta dal metodo di Monte Carlo

Nel nostro lavoro abbiamo utilizzato l'EDS ottenuta da Gandolfi et al., utilizzando un hamiltoniano del tipo (3.3.12) e il potenziale NN detto *Argonne*  $v'_6$  [9], modificato per tenere conto dell'effetto di interazioni che coinvolgono più di due nucleoni.

Le EDS relative alla materia nucleare simmetrica (SNM,  $Z = A/2$ ) e alla materia di neutroni pura (PNM,  $Z = 0$ ) sono state calcolate adoperando il metodo di Monte Carlo e l'algoritmo chiamato AFDMC (Auxiliary Field Diffusion Monte Carlo). Le simulazioni sono state eseguite in una scatola cubica con condizioni ai bordi periodiche, contenente 28 nucleoni nel caso di SNM e 66 nucleoni nel caso di PNM. L'errore stimato, dovuto alla statistica limitata ed alle dimensioni finite della scatola cubica, è di circa l'1% dell'energia calcolata.

La curve corrispondenti alla SNM ed alla PNM possono essere parametrizzate nella forma

$$E_{SNM}(n_b) = E_0 + a(n_b - n_0)^2 + b(n_b - n_0)^3 e^{\gamma(n_b - n_0)}, \quad (3.4.1)$$

dove  $E_0 = -16.0$  MeV,  $n_0 = 0.16$  fm<sup>-3</sup>,  $a = 520.0$  MeV fm<sup>6</sup>,  $b = -1297.4$  MeV fm<sup>9</sup> e  $\gamma = -2.213$  fm<sup>3</sup>, e

$$E_{PNM}(n_b) = E_{SNM}(n_b) + C_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s}, \quad (3.4.2)$$

con  $C_s = 31.3$  MeV e  $\gamma_s = 0.64$ . Valori tipici per questi parametri sono stati posti negli intervalli  $C_s \approx 31 - 33$  MeV e  $\gamma_s \approx 0.55 - 0.69$  [26] e  $C_s \approx 31.6$  MeV e  $\gamma_s \approx 0.69 - 1.05$  [27]. Va notato che normalmente l'energia di simmetria è vincolata sull'intervallo di densità tipico dei nuclei, mentre in questo caso il fit è stato eseguito su di un intervallo

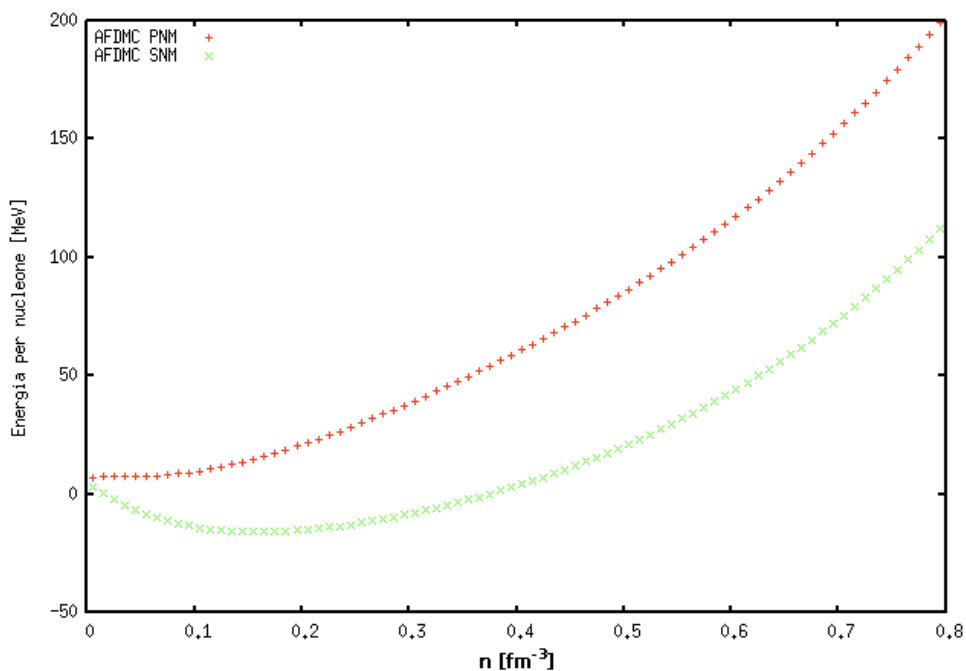


Figura 3.5: Andamento dell'energia per nucleone ottenuta con il metodo AFDMC [9], nel caso di materia simmetrica SNM (croci verdi) e materia costituita di soli neutroni PNM (croci rosse).

molto maggiore. Ciò significa che la parametrizzazione dell'equazione (3.4.2) risulterà essere molto accurata anche a densità elevate.

A partire dalle equazioni TOV (3.2.1)-(3.2.2) ed utilizzando la generalizzazione dell'EDS (3.4.2) al caso di frazione di protoni arbitraria, la cui derivazione verrà discussa nel Capitolo 4, è possibile calcolare le configurazioni di equilibrio di una stelle di neutroni.

La Fig.3.6 illustra l'andamento della massa della stella di neutroni in funzione del suo raggio. Mentre la Fig.3.7 mostra l'andamento della massa della stella in funzione della sua densità centrale espressa in  $\text{g cm}^{-3}$ . Le configurazioni di equilibrio stabile sono tutte quelle associate a valori della densità centrale minori di quello corrispondente al massimo della curva (si faccia riferimento alla Fig.3.7).

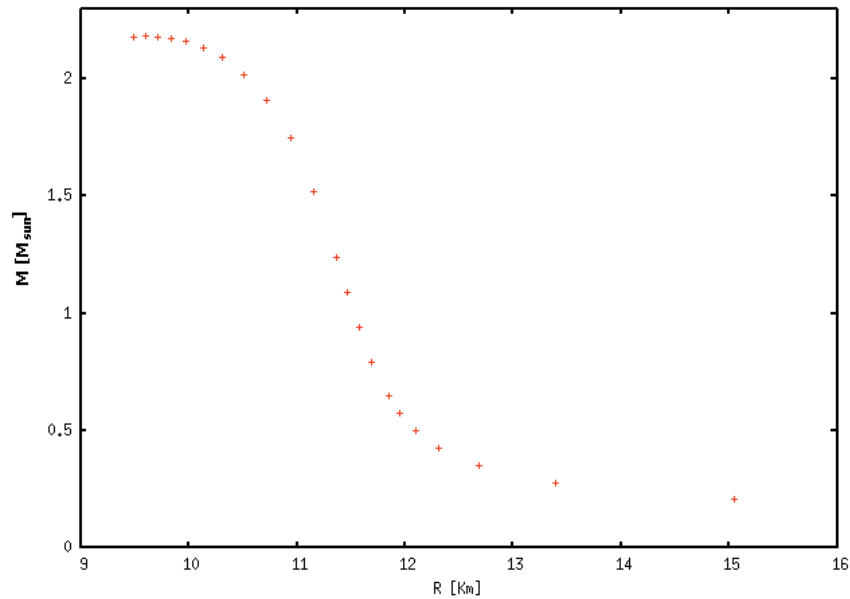


Figura 3.6: Andamento della massa della stella di neutroni (espressa in masse solari), in funzione del raggio della stella (espresso in Km).

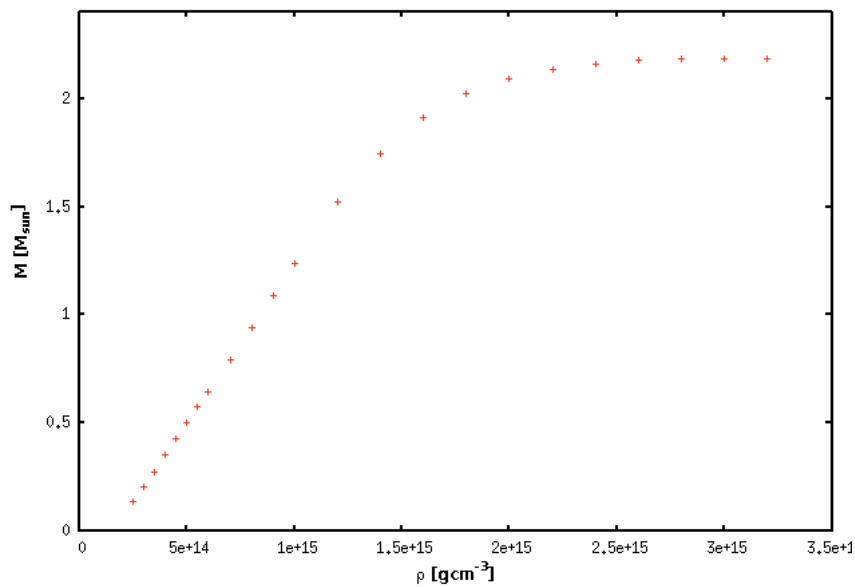


Figura 3.7: Andamento della massa della stella di neutroni (espressa in masse solari), in funzione della densità centrale della stella.

# Capitolo 4

## Viscosità bulk della materia nucleare

I processi dissipativi che avvengono nelle stelle di neutroni giocano un ruolo fondamentale per la determinazione di alcune proprietà dinamiche di questi oggetti celesti. In generale, la viscosità in una stella di neutroni induce uno smorzamento delle pulsazioni della stella stessa. Queste pulsazioni possono essere eccitate durante il processo di formazione della stella di neutroni, oppure possono essere innescate da instabilità che appaiono durante l'evoluzione della stella, o anche possono essere generate da perturbazioni esterne. I corrispondenti tempi di smorzamento di questi fenomeni, coinvolgono sia la viscosità di *taglio*, che la viscosità *bulk* caratteristiche della materia all'interno della stella di neutroni. Entrambe le viscosità dipendono dalla densità, dalla temperatura e dalla composizione della materia densa.

La viscosità ha un ruolo molto importante nelle stelle di neutroni rotanti, in quanto può smorzare l'instabilità associata all'emissione di radiazione gravitazionale, discussa nel Capitolo 2. Il suo valore è quindi fondamentale nella determinazione della frequenza massima di rotazione di una stella di neutroni. In assenza di viscosità, cioè se la materia stellare si comportasse come un fluido perfetto, tutte le stelle di neutroni rotanti sarebbero instabili a causa delle emissioni di onde gravitazionali.

In questo lavoro, ci focalizzeremo sulla viscosità bulk della materia presente nel core delle stelle di neutroni, che si estende dall'interfaccia con la crosta interna (si veda il

Capitolo 1), di densità  $\rho \simeq 1.5 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$  fino al centro della stella. Ricordiamo che il core è costituito da un fluido di barioni [neutroni ( $n$ ) e protoni ( $p$ )] e leptoni [elettroni ( $e$ ) e muoni ( $\mu$ )]. Tutti questi costituenti della materia sono fermioni fortemente degeneri e le interazioni tra i leptoni possono essere trascurate [2]. Gli elettroni e i muoni formano quindi dei gas ideali di Fermi. Gli elettroni sono ultrarelativistici mentre i muoni possono essere non-relativistici o relativistici, a seconda del valore della densità. I nucleoni sono, in buona approssimazione, non-relativistici e costituiscono un liquido di Fermi fortemente interagente. Alle densità prossime alla densità nucleare normale ( $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ , corrispondente alla densità di numero barionico  $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ ), la materia della stella di neutroni è costituita da  $n$ ,  $p$ ,  $e$  e  $\mu$ . A densità maggiori, tipicamente  $\rho \gtrsim (3-4)\rho_0$ , alcuni modelli della materia prevedono la comparsa di iperoni, e a densità ancora più alte è stata ipotizzata la possibile esistenza di fasi *esotiche*, caratterizzate da condensati di mesoni  $\pi$  o  $K$  e quark deconfinati. In questo lavoro non considereremo la presenza di queste fasi esotiche, e ci restringeremo allo studio della materia costituita da  $npe\mu$ .

La viscosità, che è l'oggetto del nostro studio, risulta dalla combinazione di due contributi: la viscosità di taglio e la viscosità bulk. L'origine della viscosità di taglio nelle stelle di neutroni è lo scattering tra i suoi costituenti. Anche la viscosità bulk è in parte determinata dai processi di diffusione. Tuttavia, questa componente della viscosità bulk è di norma più piccola rispetto alla viscosità di taglio [28]. Il principale contributo alla viscosità bulk della materia sufficientemente calda composta da  $npe\mu$  proviene dalle fluttuazioni intorno all'equilibrio dei processi chiamati *Urca*, che coinvolgono emissione di neutrini associata al decadimento del neutrone e alle reazioni inverse di cattura di un leptone carico. Questi processi con emissione di neutrini si dividono in processi *Urca diretti* e *modificati*. Un processo *Urca diretto* è una sequenza di due reazioni (una diretta ed una inversa) che può essere indicata come

$$n \rightarrow p + \ell + \bar{\nu}_\ell \quad , \quad p + \ell \rightarrow n + \nu_\ell \quad , \quad (4.0.1)$$

dove  $\ell$  indica o l'elettrone o il muone, e  $\nu_\ell$  è il neutrino associato al leptone considerato. Il più importante dei processi è il processo elettronico ( $\ell = e$ ) [29], che consiste nel decadimento beta del neutrone e nella cattura elettronica. Va sottolineato che, se si considera il più semplice modello di materia densa, costituita da un gas di particelle di Fermi non-interagenti, entrambi i processi Urca diretti sono proibiti, a tutte le densità che si raggiungono nei core della stella di neutroni, dalla conservazione dell'impulso delle particelle interagenti [2]. Tuttavia essi sono permessi [29] da alcuni modelli maggiormente realistici di equazione di stato a densità maggiori di una soglia  $\rho_s > \rho_0$ . Pertanto, i processi Urca diretti si possono attivare nel core interno delle stelle di neutroni particolarmente massive. La densità di soglia per il processo muonico è sempre maggiore rispetto a quella del processo elettronico.

Se i processi Urca diretti sono attivati, essi producono la più potente emissione di neutrini dal core delle stelle di neutroni [29]. In assenza di superfluidità dei nucleoni, i processi Urca diretti portano la stella di neutroni ad un veloce raffreddamento. Inoltre, questi processi producono il contributo maggiore alla viscosità bulk, alla quale siamo interessati.

Come abbiamo detto, per molte equazioni di stato i processi Urca diretti sono vietati, per la conservazione dell'impulso, a tutte le densità presenti nei core delle stelle di neutroni. Inoltre, essi sono proibiti a  $\rho \lesssim 3\rho_0$  per la quasi totalità delle equazioni di stato. In questi casi, la viscosità bulk è determinata dalle reazioni dei cosiddetti processi Urca modificati

$$n + N \rightarrow p + N + \bar{\nu}_\ell \quad , \quad p + N + \ell \rightarrow n + N + \nu_\ell \quad (4.0.2)$$

dove  $N$  è un nucleone addizionale, la cui presenza permette di garantire la conservazione dell'impulso tra le particelle che interagiscono. Ad esempio, nella materia costituita da  $npe$  si presentano due tipi di processi Urca modificati, i quali corrispondono a  $N = n$  e  $N = p$ , rispettivamente, che possono essere indicati come i rami neutronico e protonico di un unico



processo Urca modificato [30, 31]. I tassi di reazione dei processi Urca modificati sono tipicamente di 3-5 ordini di grandezza più piccoli rispetto ai tassi di reazione dei processi Urca diretti. Questi processi sono però attivi in tutto il core della stella di neutroni. Se i processi Urca diretti sono proibiti, e la materia non è superfluida, i processi Urca modificati producono la maggiore emissione di neutrini dal core della stella di neutroni, portandola così ad un lento (rispetto a quello prodotto dai processi Urca diretti) raffreddamento.

In generale, il calcolo della viscosità bulk prodotta dai processi che coinvolgono l'emissione di neutrini è molto complicato, poiché bisogna considerare diversi processi, i quali possono anche essere influenzati dalla presenza di nucleoni nella fase superfluida.

L'importanza della viscosità bulk generata dalle reazioni che producono neutrini rispetto alla viscosità di taglio prodotta dalle collisioni tra le particelle può essere stimata comparando i risultati ottenuti da diversi lavori presenti in letteratura [8, 32]. Questo confronto mostra che la viscosità bulk è dominante nel core delle stelle di neutroni per temperature  $T \gtrsim 10^8 K$  se il processo Urca diretto è attivo, e  $T \gtrsim 10^9 K$  se è proibito. Nel caso di materia superfluida, il contributo della viscosità bulk può essere ancora più importante.

In questo Capitolo discuteremo la viscosità bulk prodotta dai processi Urca diretti che avvengono nella materia costituita da  $npe\mu$  presente all'interno dei core della stella di neutroni.

## 4.1 Viscosità dei fluidi classici

La viscosità è una proprietà dei fluidi che indica la resistenza allo scorrimento. All'equilibrio idrostatico, e in tutti i casi in cui un fluido non è viscoso, gli sforzi sono sempre normali a tutte le superfici interne al fluido: la forza normale per unità di area è la pressione. Quando esiste un gradiente di velocità nel fluido, si genera un sforzo di taglio tra due strati del fluido stesso che presentano velocità diverse. La viscosità di taglio è data

dal rapporto tra lo sforzo di taglio e il gradiente della velocità trasversale. I fluidi perfetti non possono avere sforzi di taglio, mentre, in generale nei fluidi reali si manifesta sempre una sorta di attrito interno che chiamiamo viscosità [6, 33].

Innanzitutto, bisogna richiamare un importante fatto sperimentale: in tutte le circostanze, la velocità di un fluido è sempre nulla sulla superficie di separazione da un solido, anche nel caso in cui si consideri una forza di taglio tra il liquido e il solido. Inoltre, in condizioni statiche non sono presenti sforzi di taglio. Tuttavia, se esercitiamo una forza su di un fluido, man mano che lo comprimiamo, prima che esso raggiunga la condizione di equilibrio si possono generare forze di taglio.

Per stimare questo effetto, consideriamo il classico esperimento in cui abbiamo due piani paralleli e uno viene trascinato rispetto all'altro, come illustrato schematicamente nella Fig.4.1 Supponiamo di avere due superfici solide con un fluido interposto tra esse;

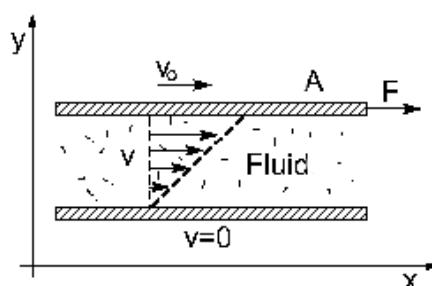


Figura 4.1: Rappresentazione schematica di un fluido trascinato.

una delle superfici è stazionaria, mentre l'altra, parallela, si muove con una piccola velocità  $v_0$ .

Si osserva che, se ci spostiamo dal piano superiore a quello più basso, la velocità del fluido decresce dal valore  $v_0$  a zero che è raggiunto sulla superficie stazionaria. Misurando la forza  $F$  che serve a muovere la superficie superiore, troviamo che essa è proporzionale all'area del piano  $A$  ed alla velocità  $v_0$ , mentre è inversamente proporzionale alla distanza

$d$  tra le due superfici. Quindi, lo sforzo di taglio  $F/A$  è proporzionale a  $v_0/d$ :

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{v_0}{d} . \quad (4.1.1)$$

Quest'equazione definisce il coefficiente di viscosità di taglio  $\eta$ . Quindi la viscosità di taglio è legata alla variazione di velocità del fluido nella direzione trasversa.

La descrizione microscopica dello stato di un fluido in moto richiede la conoscenza del campo di velocità

$$\bar{v} = \bar{v}(\bar{r}, t) , \quad (4.1.2)$$

e di due parametri termodinamici, densità e pressione, rispettivamente dati dalle

$$\rho = \rho(\bar{r}, t) , \quad p = p(\bar{r}, t) . \quad (4.1.3)$$

Va notato che la coordinata  $\bar{r}$  specifica un punto fisso nello spazio e non la posizione di una particella del fluido in moto.

La conservazione della massa è espressa attraverso l'equazione di continuità

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{v}) = 0 . \quad (4.1.4)$$

Per un fluido ideale, l'equazione del moto si ottiene prendendo in considerazione che la forza esercitata dal fluido circostante su di un elemento di fluido per unità di volume è generata solo dal gradiente di pressione, ovvero  $\bar{F} = -\bar{\nabla} p$ . Ciò porta all'equazione di Eulero

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \bar{\nabla}) \bar{v} = -\frac{1}{\rho} \bar{\nabla} p , \quad (4.1.5)$$

che descrive il moto di un fluido in assenza di processi che provocano dissipazione di energia.

Per un fluido incompressibile, cioè un fluido la cui densità non dipende nè da  $\bar{r}$  nè da  $t$ , l'equazione di Eulero (4.1.5) non cambia, mentre l'equazione di continuità (4.1.4) si semplifica diventando

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0 . \quad (4.1.6)$$

Consideriamo ora il tasso di variazione dell'impulso (per unità di volume) durante il moto del fluido, dato da  $\partial(\rho\bar{v})/\partial t$ . Usando l'equazione di continuità (4.1.4) e l'equazione di Eulero (4.1.5), otteniamo il risultato

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) &= \rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k)v_i \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_i v_k) \\ &= -\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k},\end{aligned}\tag{4.1.7}$$

dove abbiamo introdotto il tensore di flusso dell'impulso

$$\Pi_{ik} = p\delta_{ik} + \rho v_i v_k ,\tag{4.1.8}$$

la cui componente  $\Pi_{ik}$  è la componente  $i$ -esima dell'impulso che fluisce attraverso una superficie perpendicolare all'asse  $x_k$  per unità di area e di tempo.

Consideriamo ora gli effetti di dissipazione dell'energia nel moto del fluido. Ciò richiede l'inclusione di un nuovo termine nell'equazione del moto che descrive un fluido ideale.

L'equazione di continuità (4.1.4), che esprime la conservazione della materia, non è modificata da meccanismi di dissipazione d'energia. D'altra parte, l'equazione di Eulero deve essere modificata. Il tensore di flusso dell'impulso (4.1.8) descrive un trasferimento d'impulso reversibile, risultante dal moto del fluido delle particelle e dalla pressione che agisce sul fluido stesso. Quando è presente la viscosità c'è un termine aggiuntivo, che tiene conto del trasferimento irreversibile di impulso da punti ad alta velocità verso punti che si muovono a piccole velocità.

L'equazione del moto di un fluido viscoso può essere ottenuta aggiungendo al tensore ideale di flusso dell'impulso (4.1.8) un termine  $-\sigma'_{ik}$ , che descrive il flusso irreversibile

$$\begin{aligned}\Pi_{ik} &= p\delta_{ik} + \rho v_i v_k - \sigma'_{ik} \\ &= -\sigma_{ik} + \rho v_i v_k ,\end{aligned}\tag{4.1.9}$$

dove

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + \sigma'_{ik} \quad (4.1.10)$$

è detto tensore degli sforzi, mentre  $\sigma'_{ik}$  è il tensore degli sforzi viscosi.

Le leggi di conservazione e l'analisi delle simmetrie del sistema, richiedono che  $\sigma'_{ik}$  sia della forma

$$\sigma'_{ik} = \eta \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) + \zeta \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l}. \quad (4.1.11)$$

Le quantità  $\eta$  e  $\zeta$  sono dette, rispettivamente, coefficienti di prima viscosità (o viscosità di taglio) e seconda viscosità (o viscosità bulk). Essi sono entrambi positivi ed indipendenti dalla velocità mentre, in generale, possono dipendere dalla pressione e dalla temperatura. In molti casi, tuttavia,  $\eta$  e  $\zeta$  dipendono debolmente da  $\bar{r}$  e possono essere trattati come costanti.

L'equazione del moto in presenza di viscosità può essere ottenuta semplicemente aggiungendo il termine  $\partial\sigma_{ik}/\partial x_k$  all'equazione (4.1.5).

Va notato che per un fluido incompressibile  $\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0$ , e il tensore degli sforzi dell'equazione (4.1.10), si riduce a

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + \eta \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right), \quad (4.1.12)$$

ovvero dipende solo dalla viscosità di taglio  $\eta$ .

## 4.2 Viscosità bulk nella materia $npe\mu$

Consideriamo la viscosità bulk prodotta dai processi Urca *diretti*, che coinvolgono muoni ed elettroni, nella materia non-superfluida costituita da  $npe\mu$  [7].

A causa delle frequenti collisioni tra particelle, la materia stellare densa raggiunge rapidamente (istantaneamente, su scala macroscopica) uno stato di quasi-equilibrio caratterizzato da una certa temperatura  $T$  e dai potenziali chimici  $\mu_i$  riferiti alle diverse specie di particelle che la costituiscono,  $i = n, p, e, \mu$ . Tipicamente, tutte le specie di

particelle sono fortemente degeneri. Inoltre, assumendo che la materia sia trasparente ai neutrini, questi non contribuiranno alla determinazione delle proprietà termodinamiche del sistema.

Lo stato di quasi-equilibrio introdotto di sopra non rappresenta un completo equilibrio termodinamico, il cui raggiungimento richiede che siano soddisfatte delle condizioni aggiuntive, che esprimono l'equilibrio rispetto al *decadimento beta*, al *decadimento muonico* e ai *processi di cattura* dei leptoni carichi. Queste condizioni determinano l'equilibrio chimico del sistema. I tempi di rilassamento che portano al raggiungimento dell'equilibrio chimico dipendono fortemente dalla particolare equazione di stato con la quale si descrive la materia e dalla sua densità locale  $\rho$ . Quest'equilibrio si realizza attraverso i processi Urca, diretti o modificati.

Va considerato che i processi Urca, sia diretti che modificati, sono piuttosto lenti. Il tempo di rilassamento chimico dipende fortemente dalla temperatura, ma risulta essere in ogni caso molto maggiore (dalle decine di secondi fino ad intervalli molto più lunghi) rispetto al rapido rilassamento allo stato al quasi-equilibrio. Quindi una stella di neutroni può essere in quasi-equilibrio ma non in equilibrio chimico per un lungo intervallo temporale.

Se viene raggiunto l'equilibrio chimico, allora i potenziali chimici soddisfano le equazioni

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad \mu_n = \mu_p + \mu_\mu, \quad (4.2.1)$$

che implicano  $\mu_e = \mu_\mu$ . Sotto queste condizioni, i tassi delle reazioni, diretta ed inversa,  $\Gamma_\ell$  e  $\bar{\Gamma}_\ell$  ( $\ell = e$  o  $\mu$ ), sono uguali per ogni processo Urca.

Ora, assumiamo che la stella di neutroni presenti pulsazioni radiali di frequenza  $\omega$ . A queste pulsazioni si associa una variazione temporale della densità locale di numero barionico che può essere espressa nella forma

$$n_b = n_{b0} + n_{b1} \cos(\omega t), \quad (4.2.2)$$

dove  $n_{b1}$  è l'ampiezza di pulsazione e  $n_{b0}$  è la densità di numero barionico non perturbata ( $|n_{b1}| \ll |n_{b0}|$ ). Nel seguito assumeremo che  $n_{b0}$  corrisponde all'equilibrio chimico. Quindi, in una stella di neutroni pulsante, l'equilibrio chimico è violato lievemente. Se la frequenza di pulsazione  $\omega$  fosse molto minore rispetto ai tassi di rilassamento chimico, la composizione della materia seguirebbe istantaneamente il valore  $n_{b0}$ , realizzando così l'equilibrio chimico in ogni istante.

In realtà le frequenze tipiche del modo fondamentale delle pulsazioni radiali sono dell'ordine di  $\omega \sim 10^3 - 10^4 \text{ s}^{-1}$ , cioè molto più grandi dei tassi di rilassamento chimico. Di conseguenza, le frazioni parziali  $X_i = n_i/n_b$  di tutti i costituenti della materia stellare sono lasciate quasi inalterate dalle pulsazioni. A causa della lentezza delle reazioni Urca, queste frazioni ritardano a portarsi istantaneamente ai valori d'equilibrio, producendo differenze non nulle tra i potenziali chimici istantanei  $\mu_i$ :

$$\begin{aligned}\eta_e &= \mu_n - \mu_p - \mu_e \\ \eta_\mu &= \mu_n - \mu_p - \mu_\mu.\end{aligned}\tag{4.2.3}$$

Ciò causa un'asimmetria tra le reazioni Urca diretta ed inversa, e quindi lievi deviazioni dall'equilibrio chimico. L'asimmetria, calcolata in *approssimazione lineare* rispetto ad  $\eta_\ell$ , è data da

$$\Gamma_\ell - \bar{\Gamma}_\ell = -\lambda_\ell \eta_\ell\tag{4.2.4}$$

dove  $\lambda_\ell$  è il coefficiente che verrà specificato nella Sezione 4.5 per le reazioni Urca. Calcoli microscopici portano all'uguaglianza  $\lambda_e = \lambda_\mu$ . In questo lavoro ci restringeremo al caso  $|\eta_\ell| \ll T$  ( $\ell = e, \mu$ ). Va notato che  $\lambda_\ell$  così definito è negativo.

Le reazioni Urca al non equilibrio forniscono l'energia di dissipazione che causa lo smorzamento delle pulsazioni stellari. Di conseguenza, esse contribuiscono alla viscosità bulk, descritta dal coefficiente  $\zeta$ , della materia.

Usando la definizione standard del coefficiente di viscosità bulk, il tasso di dissipazione dell'energia per unità di volume, mediato sul periodo di pulsazione,  $P = 2\pi/\omega$ , può essere scritto come

$$\langle \dot{\epsilon}_{kin} \rangle = -\frac{\zeta}{P} \int_0^P dt (\text{div } \bar{v})^2, \quad (4.2.5)$$

dove  $\bar{v}$  è la velocità idrodinamica associata alle pulsazioni. Usando l'equazione di continuità per i barioni

$$\dot{n}_b + n_{b0} \text{div } \bar{v} = 0, \quad (4.2.6)$$

che esprime il fatto che le pulsazioni non cambiano numero barionico, otteniamo

$$\text{div } \bar{v} = -\dot{n}_b/n_{b0} = \omega(n_{b1}/n_{b0}) \sin(\omega t). \quad (4.2.7)$$

L'ultima uguaglianza si ricava derivando la definizione della densità di numero barionico data dalla (4.2.2). Si ottiene così  $\dot{n}_b = \dot{n}_{b0} + \dot{n}_{b1} \cos(\omega t) - n_{b1}\omega \sin(\omega t)$ . Tenendo conto che sia  $n_{b0}$  che  $n_{b1}$  sono costanti, giungiamo alla  $\dot{n}_b = -n_{b1}\omega \sin(\omega t)$ .

I risultati che abbiamo così ottenuto, sostituiti nella (4.2.5), forniscono la seguente definizione per la variazione temporale d'energia

$$\begin{aligned} \langle \dot{\epsilon}_{kin} \rangle &= -\frac{\zeta}{P} \omega^2 \left( \frac{n_{b1}}{n_{b0}} \right)^2 \int_0^P dt \sin^2(\omega t) \\ &= -\frac{\zeta \omega^2}{2} \left( \frac{n_{b1}}{n_{b0}} \right)^2. \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Il flusso idrodinamico di materia generato dalle pulsazioni stellari è accompagnato da variazioni temporali della pressione locale,  $P(t)$ . La dissipazione d'energia del moto idrodinamico è dovuta all'irreversibilità dei processi periodici di compressione-decompressione. Mediando sul periodo di pulsazione, il tasso di dissipazione per unità di volume è

$$\langle \dot{\epsilon}_{diss} \rangle = -\frac{n_b}{P} \int_0^P dt P \dot{V}. \quad (4.2.9)$$

Per un processo reversibile si ha  $\langle \dot{\epsilon}_{diss} \rangle = 0$ . Nel nostro caso, invece, le quantità  $P$  e  $V$  seguono le variazioni di  $n_b$  in modo diverso. Il volume specifico  $V = 1/n_b$  varia



istantaneamente al variare di  $n_b$ . Ciò significa che le oscillazioni di  $V$  ed  $n_b$  sono in fase mentre la pressione varia con una fase diversa. Nella materia  $npe\mu$  la pressione al quasi-equilibrio può essere espressa in funzione di quattro variabili:  $n_b$ ,  $X_e$ ,  $X_\mu$  e  $T$ . Le variazioni di temperatura sono però insignificanti per il nostro problema e possono essere trascurate. Pertanto, è sufficiente assumere  $P = P(n_b, X_e, X_\mu)$ . Le variazioni di pressione contengono i termini oscillanti con fase diversa delle quantità  $X_e$  e  $X_\mu$ .

Valutiamo ora l'integrale (4.2.9). Dalla relazione  $\dot{V} = -\dot{n}_b/\dot{n}_{b0}^2 = \omega(n_{b1}/n_{b0}^2) \sin(\omega t)$ , tenendo conto che

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(n_b^{-1}) &= -\frac{1}{n_b^2}(-n_{b1}\omega \sin(\omega t)) \\ &= \omega \left( \frac{n_{b1}}{n_b^2} \right) \sin(\omega t) , \end{aligned}$$

e ricordando la disuguaglianza introdotta precedentemente,  $|n_{b1}| \ll |n_{b0}|$ , ricaviamo l'espressione per la variazione temporale del volume specifico

$$\dot{V} = \omega \left( \frac{n_{b1}}{n_{b0}^2} \right) \sin(\omega t) . \quad (4.2.10)$$

Quindi i soli termini della pressione  $P(t)$  che contribuiscono all'integrale delle (4.2.9) saranno quelli proporzionali a  $\sin(\omega t)$ .

A questo punto è conveniente utilizzare il formalismo delle variabili complesse e ridefinire  $P = P_0 + \text{Re}\{P_1 e^{i\omega t}\}$  e  $X_\ell = X_{\ell 0} + \text{Re}\{X_{\ell 1} e^{i\omega t}\}$ , dove  $P_0$  e  $X_{\ell 0}$  sono piccole ampiezze complesse che devono essere determinate.

Abbiamo quindi

$$P_1 = \left( \frac{\partial P}{\partial n_b} \right) n_{b1} + \left( \frac{\partial P}{\partial X_e} \right) X_{e1} + \left( \frac{\partial P}{\partial X_\mu} \right) X_{\mu 1} , \quad (4.2.11)$$

dove tutte le derivate si intendono eseguite all'equilibrio. La parte reale di  $P$  contiene i termini con  $\sin(\omega t)$ , che provengono dalla parte immaginaria delle ampiezze  $X_{\ell 1}$ .

Il cambiamento della frazione leptonica  $\dot{X}_\ell$  è determinato dalla differenza tra i tassi delle reazioni diretta ed inversa, forniti dalla (4.2.4). Inoltre, la quantità  $\eta_\ell$ , presente nella (4.2.4), varia tra il valore all'equilibrio,  $\eta_{\ell 0}$ , e  $\eta_\ell = \eta_{\ell 0} + \text{Re}\{\eta_{\ell 1}e^{i\omega t}\}$ , dove

$$\eta_{\ell 1} = \left(\frac{\partial\eta_\ell}{\partial n_b}\right)n_{b1} + \left(\frac{\partial\eta_\ell}{\partial X_l}\right)X_{e1} + \left(\frac{\partial\eta_\ell}{\partial X_\mu}\right)X_{\mu 1}, \quad (4.2.12)$$

e tutte le derivate sono nuovamente eseguite all'equilibrio. Combinando l'espressione  $n_{b0}\dot{X}_\ell = \Gamma_\ell\bar{\Gamma}_\ell$  con la (4.2.4) e usando il formalismo delle variabili complesse otteniamo le due equazioni  $X_{\ell 1} = -\lambda_\ell\eta_{\ell 1}/(i\omega n_b)$  (per  $\ell = e$  e  $\mu$ ). Queste due equazioni costituiscono insieme alla (4.2.12) un insieme di equazioni la cui soluzione è

$$X_{\ell 1} = -\frac{n_{b1}}{n_{b0}} \frac{C_\ell(B_{\ell'\ell'} + i\alpha_{\ell'}) - C_{\ell'}B_{\ell'}}{(B_{\ell\ell} + i\alpha_\ell)(B_{\ell'\ell'} + i\alpha_{\ell'}) - B_{\ell'\ell}B_{\ell\ell'}}, \quad (4.2.13)$$

dove  $\ell' \neq \ell$ ,  $\alpha_\ell = \omega n_{b0}/\lambda_\ell$  e abbiamo introdotto le notazioni

$$B_{\ell'\ell'} = \frac{\partial\eta_\ell}{\partial X_{\ell'}} \partial X_{\ell'}, \quad (4.2.14)$$

$$C_\ell = n_{b0} \frac{\partial\eta_\ell}{\partial n_b}. \quad (4.2.15)$$

Va notato che tutte le derivate sono prese all'equilibrio. In assenza di muoni, dalla (4.2.13) troviamo  $X_{\mu\ell} = 0$  e  $X_{e1} = -(n_{b1}/n_{b0})C_e/(B_{ee} + i\alpha_e)$ .

In generale, la soluzione dell'equazione (4.2.13) è abbastanza complicata. Tuttavia nelle applicazioni pratiche le frequenze delle oscillazioni stellari sono sempre maggiori rispetto alle frequenze di decadimento delle reazioni beta ( $|\partial\eta_\ell/\partial X_\ell| \ll \omega n_{b0}/|\lambda_\ell|$ ) ed è sufficiente usare la forma asintotica della soluzione nel limite di *alte frequenze*. In questo limite, le funzioni  $B_{\ell\ell}$ ,  $B_{\ell'\ell'}$  e  $B_{\ell'\ell}$ , sono trascurabili rispetto alle funzioni  $\alpha_\ell$  e  $\alpha_{\ell'}$  e la parte immaginaria di  $X_{\ell 1}$  è legata all'ampiezza  $n_{b1}$  dalla

$$\begin{aligned} X_{\ell 1} &= -\frac{n_{b1}}{n_{b0}} \frac{C_\ell(B_{\ell'\ell'} + i\alpha_{\ell'}) - C_{\ell'}B_{\ell'}}{(B_{\ell\ell} + i\alpha_\ell)(B_{\ell'\ell'} + i\alpha_{\ell'}) - B_{\ell'\ell}B_{\ell\ell'}} \\ &= \frac{n_{b1}}{n_{b0}} \frac{i\alpha_{\ell'}C_\ell - C_{\ell'}B_{\ell'}}{\alpha_\ell\alpha_{\ell'}} \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

Prendendone la parte immaginaria, che è quella che ci interessa per il calcolo della pressione, e quindi dell'energia di dissipazione della stella, si ottiene

$$\begin{aligned} \text{Im}\{X_{\ell 1}\} &= \frac{n_{b1} \alpha_{\ell'} C_{\ell}}{n_{b0} \alpha_{\ell} \alpha_{\ell'}} \\ &= \frac{n_{b1} \lambda_{\ell} \partial \eta_{\ell}}{n_{b0} \omega \partial n_b} . \end{aligned} \quad (4.2.17)$$

Ora, utilizzando la definizione di pressione in termini delle variabili complesse, e tenendo conto della (4.2.10), possiamo scrivere la variazione d'energia di dissipazione definita nella (4.2.9) nella forma

$$\begin{aligned} \langle \dot{\epsilon}_{diss} \rangle &= -\frac{n_b}{P} \int_0^P dt P \dot{V} \\ &= -\frac{n_b}{P} \int_0^P dt \frac{\partial P}{\partial X_{\ell}} \text{Im}\{X_{\ell}\} \sin(\omega t) \omega \left( \frac{n_{b1}}{n_{b0}^2} \right) \sin(\omega t) \\ &= -\frac{n_b n_{b1}^2}{P n_{b0}^3} \int_0^P dt \sum_l \frac{\partial P}{\partial X_{\ell}} \lambda_{\ell} \left( \frac{\partial \eta_{\ell}}{\partial n_b} \right) \sin^2(\omega t) \\ &= \frac{\omega^2}{2} \left( \frac{n_{b1}}{n_{b0}} \right)^2 \sum_l \frac{\lambda_{\ell}}{\omega^2} \frac{\partial P}{\partial X_{\ell}} \frac{\partial \eta_{\ell}}{\partial n_b} . \end{aligned} \quad (4.2.18)$$

Finalmente, ricordando che  $\langle \dot{\epsilon}_{kin} \rangle = -\langle \dot{\epsilon}_{diss} \rangle$ , dalle equazioni (4.2.8) e (4.2.18), otteniamo la viscosità bulk, intesa come somma della componente elettronica e muonica  $\zeta = \zeta_e + \zeta_{\mu}$ , in cui ogni contributo vale

$$\zeta_{\ell} = \frac{|\lambda_{\ell}|}{\omega^2} \left| \frac{\partial P}{\partial X_{\ell}} \right| \left| \frac{\partial \eta_{\ell}}{\partial n_b} \right| . \quad (4.2.19)$$

Si noti che abbiamo tenuto conto del fatto che  $\lambda_{\ell}$  e  $\partial P / \partial X_{\ell}$  sono negativi, e abbiamo scritto la viscosità in una forma in cui si vede chiaramente che  $\zeta_{\ell}$  è positiva.

Sottolineiamo ancora che la viscosità che stiamo discutendo ha il significato di coefficiente nell'equazione che determina il tasso di smorzamento delle pulsazioni stellari mediato sul periodo di pulsazione. Quindi, nel limite di alta frequenza, che è in pratica quello più importante, la viscosità bulk  $\zeta$  è una somma delle viscosità parziali  $\zeta_e$  e  $\zeta_{\mu}$  prodotte dai processi Urca elettronici e muonici. Questa regola di addizione semplifica di molto la valutazione di  $\zeta$ .

Discutiamo ora brevemente come calcolare la viscosità parziale bulk  $\zeta_\ell$  nella materia costituita da  $npe\mu$  per una data equazione di stato. Tutte le quantità in questa sessione e di seguito sono essenzialmente valori al quasi-equilibrio, pertanto ometteremo il pedice 0 per brevità.

Visto che elettroni e muoni costituiscono dei gas quasi perfetti, l'energia della materia per barione può essere scritta in modo generale come

$$E = E_N(n_b, X_p) + X_e E_e(n_e) + X_\mu E_\mu(n_\mu) , \quad (4.2.20)$$

dove  $E_N(n_b, X_p)$  è l'energia per unità di numero barionico dei nucleoni,  $X_p = n_p/n_b$  è la frazione di protoni e  $E_\ell(n_\ell)$  è l'energia leptonica per un leptone ( $e$  o  $\mu$ ). Quest'ultima energia è determinata dalla densità di numero leptonico,  $n_\ell$ . Dovendo esserci neutralità di carica, richiediamo che  $X_p = X_e + X_\mu$ .

I potenziali chimici di neutrone e protone sono dati dalle

$$\mu_n = \partial(n_b E_N)/\partial n_n , \quad \mu_p = \partial(n_b E_N)/\partial n_p , \quad (4.2.21)$$

dove le derivate devono essere eseguite usando  $n_p = X_p n_b$  e  $n_n = (1 - X_p)n_b$ . In questo modo otteniamo

$$\mu_n - \mu_p = -\partial E_N/\partial X_p . \quad (4.2.22)$$

Inoltre, i potenziali chimici di elettroni e muoni sono definiti da  $\mu_\ell = (m_\ell^2 + p_{F\ell}^2)^{\frac{1}{2}}$ , dove  $p_{F\ell} = (3\pi^2 n_\ell)^{\frac{1}{3}}$  è il impulso di Fermi. Pertanto, la differenza tra i potenziali chimici diviene

$$\begin{aligned} \eta_\ell &= \mu_n - \mu_p - \mu_\ell \\ &= -\frac{\partial E_N(n_b, X_p)}{\partial X_p} - \mu_\ell . \end{aligned} \quad (4.2.23)$$

Ora calcoliamo  $C_\ell$  a partire dalla (4.2.15), usando la (4.2.23) ed eseguendo la derivazione di  $\mu_\ell$  rispetto a  $n_b$  attraverso la relazione  $n_\ell = X_\ell n_b$ . Il risultato è

$$\begin{aligned}
C_\ell = n_b \frac{\partial \eta_\ell}{\partial n_b} &= n_b \left[ \frac{\partial}{\partial n_b} \left( -\frac{\partial E_N}{\partial X_p} - \mu_\ell \right) \right] \\
&= -n_b \frac{\partial^2 E_N(n_b, X_p)}{\partial X_p \partial n_b} - n_b \frac{\partial}{\partial n_b} \left[ m_\ell^2 + (3\pi^2 X_\ell n_b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} \\
&= -n_b \frac{\partial^2 E_N(n_b, X_p)}{\partial X_p \partial n_b} - \frac{p_{F\ell}^2}{3\mu_\ell}. \tag{4.2.24}
\end{aligned}$$

Usando l'equazione (4.2.20) e le relazioni termodinamiche standard otteniamo la pressione nella forma  $P = P_N + P_e + P_\mu$ , dove  $P_N = n_b^2 \partial E_N / \partial n_b$  è la pressione di un nucleone, mentre  $P_e$  e  $P_\mu$  sono le ben note pressioni parziali dei gas elettronico e muonico, rispettivamente. Eseguendo dei calcoli diretti otteniamo la relazione tra la pressione  $P$  e il coefficiente  $C_\ell$ ,  $\partial P / \partial X_\ell = -n_b C_\ell$ . Inserendo questa derivata nell'equazione (4.2.19) e ricordando la definizione di  $C_\ell = n_b (\partial \eta_\ell / \partial n_b)$ , arriviamo alla semplice equazione

$$\zeta_\ell = \frac{|\lambda_\ell|}{\omega^2} C_\ell^2. \tag{4.2.25}$$

Quindi, la viscosità parziale bulk  $\zeta_\ell$  è espressa attraverso due fattori:  $C_\ell$  e  $\lambda_\ell$ .

### 4.3 Calcolo dei potenziali chimici

Consideriamo un fluido uniforme costituito da nucleoni e leptoni (elettroni e muoni) in equilibrio rispetto al decadimento  $\beta$ .

Per costruire l'equazione di stato di questo sistema è necessario conoscere l'energia di legame della materia nucleare con frazioni arbitrarie di protoni e neutroni. Calcoli accurati di questa grandezza sono possibili solo nelle due situazioni limite di materia di neutroni pura (PNM), caratterizzata da una frazione di protoni  $X_p = 0$  e di materia nucleare simmetrica (SNM), corrispondente a  $X_p = 1/2$ . Per ogni valore della densità di

barioni, l'energia di legame per barione e frazione protonica arbitraria,  $E(n_b, X_p)$  si può ottenere per interpolazione a partire da  $E_{PNM}$  e  $E_{SNM}$  utilizzando la formula [34]

$$E(n_b, X_p) \simeq T_F(n_b, X_p) + V_0(n_b) + V_2(n_b)(1 - 2X_p)^2, \quad (4.3.1)$$

dove

$$T_F(n_b, X_p) = X_p T_F^p(n_b, X_p) + (1 - X_p) T_F^n(n_b, X_p) \quad (4.3.2)$$

è l'energia cinetica per barione in assenza di interazioni, mentre

$$T_F^p(n_b, X_p) = \frac{3}{5} \frac{1}{2m} (3\pi^2 X_p n_b)^{\frac{2}{3}} \quad (4.3.3)$$

e

$$T_F^n(n_b, X_p) = \frac{3}{5} \frac{1}{2m} [3\pi^2 (1 - X_p) n_b]^{\frac{2}{3}} \quad (4.3.4)$$

sono i contributi di protoni e neutroni, rispettivamente. Le due quantità  $V_0$  e  $V_2$  dipendono esclusivamente dalla densità barionica  $n_b$ .

La loro interpretazione può essere ottenuta facilmente definendo l'energia di interazione come

$$E_I(n_b, X_p) = E(n_b, X_p) - T_F(n_b, X_p) \quad (4.3.5)$$

e notando che dall'equazione (4.3.1) segue che

$$E_I(n_b, X_p) = V_0(n_b) + (1 - 2X_p)^2 V_2(n_b) \quad (4.3.6)$$

Per  $X_p = 1/2$  e  $X_p = 0$  si ottengono quindi le relazioni

$$V_0(n_b) = E_I(n_b, 1/2) \quad , \quad V_2(n_b) = E_I(n_b, 0) - E_I(n_b, 1/2) \quad , \quad (4.3.7)$$

le quali mostrano come  $V_0(n_b)$  non è altro che l'energia di interazione della SNM, mentre  $V_2(n_b)$  corrisponde alla differenza tra le energie di interazione della PNM e della SNM.

In conclusione, le frazioni  $V_0(n_b)$  e  $V_2(n_b)$ , e quindi  $E(n_b, X_p)$  data dalla (4.3.1), sono ottenibili molto facilmente una volta noti i risultati per i due casi calcolabili di PNM e SNM.

Ricordiamo che la frazione protonica  $X_p$  gioca un ruolo molto importante nel determinare le proprietà dell'equazione di stato. Per ogni densità barionica, il valore di  $X_p$  è fissato dalle condizioni di equilibrio  $\beta$  e neutralità elettrica

$$\mu_n - \mu_p = \mu_\ell , \quad (4.3.8)$$

$$n_p = \sum_{\ell} n_{\ell} , \quad (4.3.9)$$

che si ottengono dalla minimizzazione della densità di energia, soggetta ai vincoli di conservazione della carica elettrica e del numero barionico. Le quantità  $\mu_i$  ( $i = n, p, \ell$ ), presenti nella (4.3.8), sono i potenziali chimici delle particelle, la cui definizione termodinamica è

$$\mu_i = \left. \frac{\partial(N_b E)}{\partial N_i} \right|_{V, N_{j \neq i}} \quad (4.3.10)$$

$$= \left. \frac{\partial(n_b E)}{\partial n_i} \right|_{V, N_{j \neq i}} \quad (4.3.11)$$

dove  $N_b E$  è l'energia totale,  $N_i$  il numero di particelle di tipo  $i$ ,  $n_b E$  la densità di energia ed infine  $n_i = N_i/V$  la densità di numero delle particelle della specie  $i$ .

Dall'espressione dell'energia per nucleone (si veda la (4.3.1)) si ottiene per il neutrone

$$\begin{aligned} \mu_n(n_b, X_p) = & \frac{[3\pi^2(1 - X_p)n_b]^{\frac{2}{3}}}{2m} + V_0(n_b) + n_b V_0'(n_b) + \\ & + n_b(1 - 2X_p)^2 V_2'(n_b) + (1 - 4X_p^2)V_2(n_b) , \end{aligned} \quad (4.3.12)$$

e

$$\begin{aligned} \mu_p(n_b, X_p) = & \frac{(3\pi^2 X_p n_b)^{\frac{2}{3}}}{2m} + V_0(n_b) + n_b V_0'(n_b) + \\ & + n_b(1 - 2X_p)^2 V_2'(n_b) + (-4X_p^2 + 8X_p - 3)V_2(n_b) \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

per il protone. Quindi

$$\mu_p - \mu_n = \frac{1}{2m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} [(1 - X_p)^{\frac{2}{3}} - X_p^{\frac{2}{3}}] + 4(1 - 2X_p)V_2(n_b) , \quad (4.3.14)$$

mentre ricordiamo che il potenziale chimico dei leptoni, che formano un gas degenere, è definito come

$$\mu_\ell = \sqrt{(m_\ell^2 + p_{F\ell}^2)} \quad (4.3.15)$$

con  $p_{F\ell} = (3\pi^2 n_\ell)^{\frac{1}{3}}$ . Per ogni fissato valore di  $n_b$ , sostituendo le (4.3.12) e (4.3.13) nella (4.3.8) si ottiene un'equazione che determina univocamente il valore della frazione protonica  $X_p$ .

## 4.4 Applicazione all'EDS di Gandolfi *et al*

Partendo dall'equazione di stato di Gandolfi *et al.* [9], discussa nel Capitolo 3, è possibile calcolare i potenziali chimici usando il procedimento descritto nella Sezione precedente.

Nel caso di PNM, ovvero quando  $X_p = 0$ , avremo (facendo riferimento alle (4.3.3) e (4.3.4))

$$T_F^n(n_b, 0) = \frac{3}{10m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} \quad T_F^p(n_b, 0) = 0 \quad (4.4.1)$$

$$\Rightarrow T_F^n(n_b, 0) + V_0(n_b) + V_2(n_b) = E_{SNM}(n_b) + C_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s}, \quad (4.4.2)$$

mentre per SNM, ovvero quando  $X_p = 1/2$ , avremo

$$T_F^n(n_b, 1/2) = \frac{3}{10m} \left( \frac{3}{2} \pi^2 n_b \right)^{\frac{2}{3}} \quad T_F^p(n_b, 1/2) = \frac{3}{10m} \left( \frac{3}{2} \pi^2 n_b \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.4.3)$$

$$\Rightarrow T_F^n(n_b, 1/2) \equiv T_F^p(n_b, 1/2). \quad (4.4.4)$$

Otteniamo così la

$$E_{SNM} = T_F^n(n_b, 1/2) + V_0(n_b), \quad (4.4.5)$$

che sostituita nella (4.4.2) ci fornisce l'espressione del termine  $V_2(n_b)$ :

$$V_2(n_b) = T_F^n(n_b, 1/2) - T_F^n(n_b, 0) + C_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s}. \quad (4.4.6)$$



Riscrivendo in forma estesa le quantità  $V_0(n_b)$  e  $V_2(n_b)$ , troviamo

$$V_0(n_b) = E_0 + a(n_b - n_0)^2 m + b(n_b - n_0)^3 m e^{\gamma(n_b - n_0)m} - \frac{3}{10m} \left( \frac{3}{2} \pi^2 n_b \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (4.4.7)$$

$$V_2(n_b) = \frac{3}{10m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} [2^{-\frac{2}{3}} - 1] + C_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s}. \quad (4.4.8)$$

A questo punto siamo in grado di calcolare i potenziali chimici di neutroni e protoni, ricordando che essi sono descritti dall'equazione di stato (3.4.2). Dalla (4.3.14), ricaviamo

$$\begin{aligned} \mu_n(n_b, X_p) - \mu_p(n_b, X_p) &= \frac{1}{2m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} [(1 - X_p)^{\frac{2}{3}} - X_p^{\frac{2}{3}}] + 4(1 - 2X_p) \times \\ &\times \left\{ \frac{3}{10m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} [2^{-\frac{2}{3}} - 1] + C_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s} \right\}. \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

Infine, utilizzando la condizione di equilibrio  $\beta$ ,  $\mu_n - \mu_p = \mu_\ell$ , e ricordando che  $\eta = \mu_n - \mu_p - \mu_\ell$ , ricaviamo la relazione

$$\begin{aligned} \eta(n_b, X_p) &= \frac{1}{2m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} \left[ (1 - X_p)^{\frac{2}{3}} - X_p^{\frac{2}{3}} \right] + 4(1 - 2X_p) \left\{ \frac{3}{10m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} [2^{-\frac{2}{3}} - 1] + \right. \\ &\quad \left. + C_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s} \right\} - \sqrt{m_\ell^2 + (3\pi^2 n_\ell)^{\frac{2}{3}}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

Con quest'ultima equazione è possibile determinare univocamente la frazione di protoni  $X_p$  una volta nota la densità di numero barionico  $n_b$ , nel caso in cui la materia sia descritta dall'equazione di stato (3.4.2).

In conclusione, nota anche la frazione protonica  $X_p$ , è possibile calcolare la viscosità parziale bulk,  $\zeta_\ell = (|\lambda|/\omega^2)C_\ell^2$ , ricordando che  $C_\ell = n_b(\partial\eta_\ell/\partial n_b)$ , si ottiene così

$$\begin{aligned} C_\ell &= \frac{1}{3m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} [(1 - X_p)^{\frac{2}{3}} - X_p^{\frac{2}{3}}] + \frac{12}{15m} (3\pi^2 n_b)^{\frac{2}{3}} (1 - 2X_p) [2^{-\frac{2}{3}} - 1] + \\ &\quad + 4C_s (1 - 2X_p) \gamma_s \left( \frac{n_b}{n_0} \right)^{\gamma_s} - \frac{p_{F\ell}^2}{3\mu_\ell}. \end{aligned} \quad (4.4.11)$$

## 4.5 Calcolo del coefficiente di viscosità bulk

Calcoliamo ora il fattore  $\lambda_\ell$ , che compare nella definizione della viscosità parziale bulk (4.2.25) e determina l'asimmetria (4.2.4) tra i tassi delle reazioni Urca diretta ed inversa che avvengono nella materia costituita da  $npe\mu$ .

In assenza di superfluidità, il tasso di reazione diretta che produce un leptone  $\ell$  è dato da

$$\Gamma_\ell = \int \left[ \prod_{j=1}^2 \frac{d^3 p_j}{(2\pi^3)} \right] \frac{d^3 p_\ell}{2\epsilon_\ell (2\pi)^4} \frac{d^3 p_\nu}{2\epsilon_\nu (2\pi)^3} f_1 (1 - f_2) (1 - f_e) \\ \times (2\pi)^3 \delta(E_f - E_i) \delta(\bar{P}_f - \bar{P}_i) \sum_{spin} |M|^2. \quad (4.5.1)$$

dove  $\bar{p}_j$  è l'impulso del nucleone ( $j = 1$  o  $2$ ),  $\bar{p}_\ell$  ed  $\epsilon_\ell$  sono, rispettivamente, l'impulso del leptone e la sua energia,  $\delta(E_f - E_i)$  e  $\delta(\bar{P}_f - \bar{P}_i)$  sono le funzioni  $\delta$ , che conservano l'energia  $E$  e l'impulso  $\bar{P}$  delle particelle nello stato iniziale ( $i$ ) e finale ( $f$ ),  $|M|^2$  è il modulo quadrato dell'ampiezza invariante della reazione, e  $f_i$  è una funzione di Fermi-Dirac appropriata,  $f_i = \{1 + \exp[(\epsilon_i - \mu_i)/T]\}^{-1}$ . Si noti che l'equazione (4.5.1) include i potenziali chimici istantanei  $\mu_i$  ( $i = n, p, \ell$ ) e non richiede in generale l'equilibrio chimico.

Per semplificare l'analisi introduciamo le quantità adimensionali

$$x_i = \frac{\epsilon_i - \mu_i}{T} \quad x_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{T} \quad \xi = \frac{\eta_\ell}{T}, \quad (4.5.2)$$

dove la differenza tra i potenziali chimici  $\eta_\ell$  è determinata dalle equazioni (4.2.3). Quindi, la funzione  $\delta$  nell'equazione (4.5.1) prende la forma  $\delta(E_f - E_i) = T^{-1} \delta(x_n - x_p - x_e - x_\nu + \xi)$ , dove  $\xi = 0$  corrisponde all'equilibrio chimico.

L'equazione (4.5.1) può essere semplificata prendendo in considerazione il fatto che nucleoni e leptoni  $\ell$  ( $e$  e  $\mu$ ) sono fortemente degeneri. In queste condizioni, il contributo maggiore all'integrale proviene dalla regione vicina alla superficie di Fermi di queste particelle. Gli impulsi dei nucleoni e dei leptoni ( $e$  e  $\mu$ ) possono essere quindi posti uguali ai corrispondenti impulsi di Fermi in tutte le funzioni regolari.

L'elemento di matrice al quadrato sommato su tutti gli stati di spin e mediato sulle orientazioni del impulso del neutrino vale

$$\sum_{spin} |M|^2 = G^2(f_V^2 + 3g_A^2). \quad (4.5.3)$$

Qui,  $G = G_F \cos \theta_C$ , dove  $G_F = 1.436 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^3$  è la costante d'accoppiamento debole di Fermi,  $f_V \approx 1$  è la costante di normalizzazione vettoriale,  $g_A = 1.23$  è la costante di normalizzazione assiale e  $\theta_C$  è l'angolo di Cabibbo ( $\sin \theta_C = 0.231$ ). Quindi, l'elemento di matrice al quadrato è costante e può essere spostato fuori dall'integrale. Un'ulteriore semplificazione che possiamo fare è una decomposizione standard dell'energia-impulso, ovvero riscrivere la (4.5.1) nel seguente modo

$$\Gamma_\ell = \Gamma_0 I \quad I = \int dx x_\nu^2 \int dx_n dx_p dx_l f(x_n) f(x_p) f(x_l) \delta(n_n + x_p + x_l - x_\nu + \xi) \quad (4.5.4)$$

dove abbiamo trasformato tutti i fattori  $(1 - f(x))$  nelle funzioni di Fermi-Dirac  $f(x)$  eseguendo la sostituzione  $x \rightarrow -x$ .

Il prefattore  $\Gamma_0$  è dato da

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \frac{G^2(1 + 3g_A^2)}{4\pi^5} m_n^* m_p^* m_e^* T^5 \Theta_{npl} \\ &= 1.667 \times 10^{32} \frac{m_n^*}{m_n} \frac{m_p^*}{m_p} \left( \frac{n_e}{n_0} \right)^{\frac{1}{3}} T_9^5 \Theta_{npl} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}, \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

dove  $T_9$  è la temperatura in unità di  $10^9 K$ ;  $m_n^*$  e  $m_p^*$  sono, rispettivamente, le masse effettive di neutroni e protoni nella materia densa. Inoltre, abbiamo definito  $m_e^* \equiv \mu_e \approx p_{Fe}$  e  $m_\mu^* \equiv \mu_\mu \approx p_{F\mu}$ , per i leptoni. La funzione di soglia  $\Theta_{npl}$  è uguale ad 1 se il processo Urca diretto è attivo ed è uguale a 0 in caso contrario. Il processo Urca diretto si attiva se il impulso di Fermi delle particelle reagenti soddisfa la disuguaglianza  $p_{Fn} < (p_{Fp} + p_{Fl})$  [29].

È facile mostrare che il tasso  $\bar{\Gamma}_\ell$  della reazione inversa del processo Urca diretto (cattura di un leptone) varia dal tasso della reazione diretta, espresso dalla (4.5.1), solo per

l'argomento della funzione  $\delta$  nell'espressione di  $I$  (si dovrebbe sostituire  $\xi \rightarrow -\xi$ ). Pertanto, la differenza tra i tassi di produzione di un leptone e della sua cattura (4.2.4) può essere scritta come

$$\Gamma_\ell - \bar{\Gamma}_\ell = \Gamma_0 \Delta I \quad (4.5.6)$$

$$\Delta I = \int_0^\infty dx_\nu x_\nu^2 [J(x_\nu - \xi) - J(x_\nu + \xi)] , \quad (4.5.7)$$

dove

$$J(x) = \int dx_n dx_p dx_e f(x_n) f(x_p) f(x_e) \delta(x_n + x_p + x_e - x) . \quad (4.5.8)$$

Nella materia non superfluida, che stiamo considerando, la funzione  $J(x)$  può essere calcolata analiticamente. Il risultato dell'integrazione è

$$J(x) = \frac{\pi^2 + x^2}{2(1 + e^x)} . \quad (4.5.9)$$

Va notato che la differenza (4.3.14) tra i tassi di reazione Urca diretta ed inversa al non-equilibrio, è determinata solamente dal parametro  $\xi = \eta/T$ . Inoltre, l'integrale (4.5.7) può essere valutato analiticamente per ogni  $\xi$ :

$$\Delta I = \frac{17\pi^4}{60} \xi \mathcal{F}(\xi) \quad \mathcal{F}(\xi) = 1 + \frac{10}{17\pi^2} \xi^2 + \frac{1}{17\pi^4} \xi^4 . \quad (4.5.10)$$

Questa relazione, insieme alla (4.2.4) e alla (4.5.7), determina il fattore  $\lambda$ :

$$|\lambda| = \frac{\Gamma_0}{T} \frac{\Delta I}{\xi} . \quad (4.5.11)$$

Poichè stiamo considerando piccole deviazioni dall'equilibrio chimico, ci restringiamo al caso  $|\eta| \ll T$ , per cui  $\mathcal{F}(\xi) \approx 1$ .

Finalmente, combinando l'equazione (4.2.25) con la (4.5.11), otteniamo la viscosità parziale bulk  $\zeta_\ell$ , nel caso di materia costituita da  $npe\mu$ , indotta da un processo Urca

diretto al non-equilibrio per  $|\eta| \ll T$ :

$$\begin{aligned}\zeta_l &= \frac{17G^2(1+3g_A^2)C_\ell^2}{240\pi\omega^2} m_n^* m_p^* m_e^* T^4 \Theta_{npl} \\ &= 8.553 \times 10^{24} \frac{m_n^*}{m_n} \frac{m_p^*}{m_p} \left(\frac{n_e}{n_0}\right)^{\frac{1}{3}} T_9^4 \frac{1}{\omega_4^2} \left(\frac{C_\ell}{100MeV}\right)^2 \Theta_{npl} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}, \quad (4.5.12)\end{aligned}$$

dove  $\omega_4 = \omega/(10^4 \text{ s}^{-1})$ .

### 4.5.1 Risultati numerici

A partire dall'equazione (4.5.12) abbiamo calcolato la viscosità bulk per il processo Urca diretto, considerando sia il decadimento elettronico che quello muonico. I rapporti tra le masse relative e le masse nude di neutrone e protone sono state fissati al valore  $m_n^*/m_n = m_p^*/m_p \simeq 0,7$ ; valore ragionevole nel caso delle densità e temperature presenti all'interno di una stella di neutroni.

La Fig.4.2, mostra l'andamento in funzione della densità barionica (espressa in unità della densità di equilibrio della materia nucleare), del coefficiente di viscosità bulk  $\zeta$  totale e dei due contributi parziali  $\zeta_e$  e  $\zeta_\mu$  relativi al decadimento elettronico e muonico. Per il calcolo si è fissata la temperatura a  $T = 10^9 K$  ed il valore di  $\omega$  è stato posto uguale a  $10^4 \text{ s}^{-1}$ .

Si può notare dalla Fig. 4.2 che il processo Urca diretto riferito al decadimento elettronico si attiva alla densità  $n_b \simeq 4.53 n_0$  mentre il decadimento muonico si accende a  $n_b \simeq 5.78 n_0$ . Questi valori corrispondono alle densità di massa:  $\rho \simeq 1.21 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$  per il processo elettronico e  $\rho \simeq 1.55 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$  per il processo muonico.

Facendo riferimento alle Fig. 3.6 e 3.7 possiamo mettere queste densità in relazione con i valori della massa e del raggio di una stella di neutroni. In particolare, vediamo che il decadimento elettronico si attiva in una stella di neutroni di massa  $M \simeq 1.52 M_\odot$  e raggio  $R \simeq 11.15 \text{ Km}$ . Questi valori corrispondono ad una configurazione stabile della stella. Per

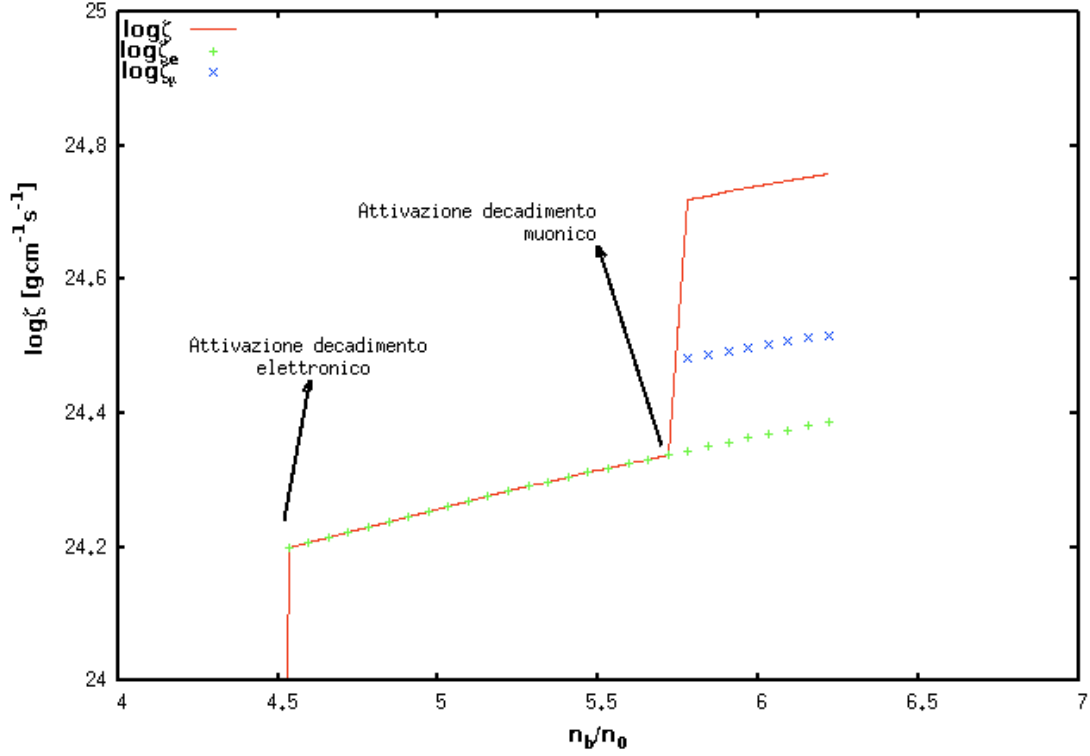


Figura 4.2: Andamento della viscosità totale  $\zeta$  e delle viscosità parziali  $\zeta_e$  e  $\zeta_\mu$  in funzione della densità barionica  $n_b$  espressa in unità di densità nucleare  $n_0 = 0,16 fm^{-3}$ . Il calcolo è stato eseguito ad una temperatura di  $10^9 K$  e ad una velocità angolare stellare di  $10^4 s^{-1}$ .

l'attivazione del processo muonico, invece, la stella deve avere una massa  $M \simeq 1.80 M_\odot$  e raggio  $R \simeq 10.80$  Km, ma anche in questo caso ci troviamo in una delle configurazioni stabili.

Pertanto, possiamo concludere annotando che per stelle di neutroni descritte dall'equazione di stato (3.4.2) la viscosità bulk derivante da processi di decadimento Urca diretto (sia elettronico che muonico), presenta l'andamento mostrato in Fig.4.2. Comparando questo andamento con le configurazioni di stabilità della stella, riportate nelle Fig. 3.6 e 3.7, troviamo che la viscosità bulk è presente in stelle stabili con massa nel range dei valori osservati. Quindi, alla luce di quanto detto nel Capitolo 2, può svolgere un'azione di contrasto all'insorgere dell'instabilità associata all'emissione di radiazione gravitazionale.

Inoltre alla temperature che abbiamo copnsiderato,  $T \sim 10^9 K$ , per quanto riguarda la viscosità, il termine predominante risulta essere quello di volume (bulk), rispetto a quello di taglio (shear) [8, 32]. Quindi nella fase evolutiva in cui la stella si trova a questa temperatura la viscosità bulk risulta essere fondamentale per garantirne la stabilità.

Come ultima notazione, è interessante osservare l'andamento radiale della densità, nel caso di stella di neutroni con una massa di  $M \simeq 1.5 M_\odot$ . Visto che il processo Urca

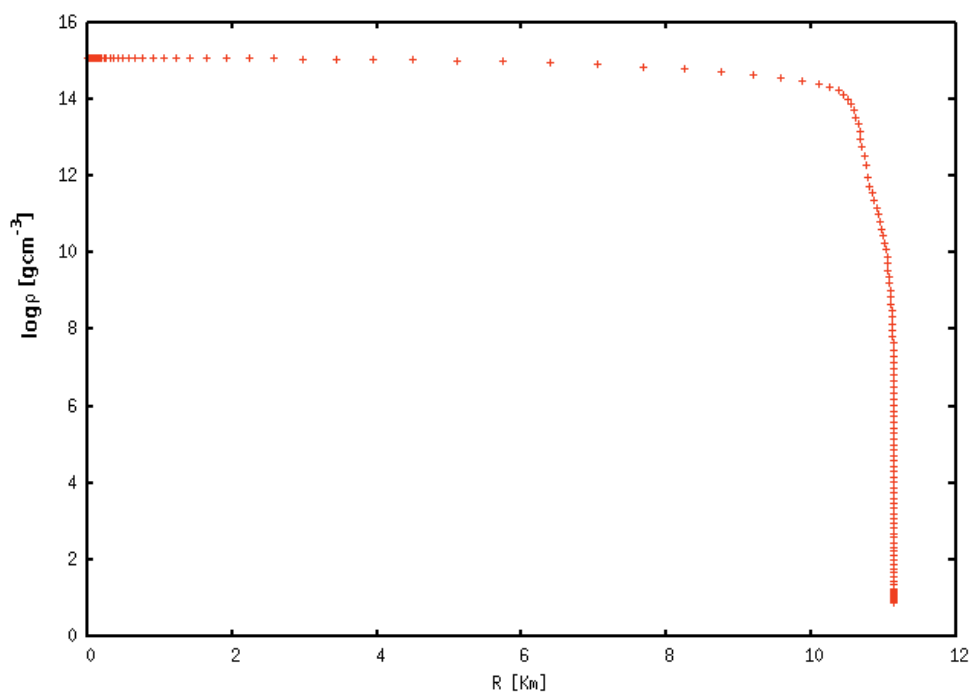


Figura 4.3: Andamento della densità di una stella di neutroni di massa  $M = 1.5 M_\odot$  in funzione della distanza dal suo centro.

diretto elettronico si attiva ad una densità  $\rho \simeq 1.21 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$ , possiamo notare dalla Fig 4.3, che questa densità è presente all'interno della stella fino ad una distanza di oltre  $\simeq 10 \text{ Km}$ . Quindi, avendo la stella un raggio  $R \simeq 11 \text{ Km}$  è chiaro che i decadimenti elettronici avvengono non solo al centro della stella, ma si possono estendere fino quasi ai bordi, rimanendo attivi all'interno del 90% del volume stellare disponibile.

---

Questa osservazione chiarisce il rilievo che presenta la viscosità bulk come fenomeno dissipativo interno alla stelle di neutroni e quindi la pone in prima linea come principale meccanismo di contrasto all'emissione gravitazionale, in particolare nella prima fase evolutiva della stella, laddove si raggiungono le temperature di  $\sim 10^9$  K.



# Conclusioni

Lo scopo di questa Tesi è stato calcolare la viscosità bulk della materia non superfluida composta da neutroni, protoni, elettroni e muoni a partire dall'equazione di stato di Gandolfi et al. [9]. L'analisi della viscosità bulk è molto importante perchè essa rappresenta uno dei principali effetti dissipativi che contrastano l'insorgere dell'instabilità delle stelle di neutroni ruotanti associata ad emissione di radiazione gravitazionale.

Le particelle che formano il fluido stellare, pur trovandosi in equilibrio termico, possono non presentare equilibrio chimico. L'assenza d'equilibrio chimico comporta un diverso tasso di decadimento dei processi che determinano le percentuali delle diverse specie di particelle. Questo meccanismo è all'origine della comparsa della viscosità bulk.

Per quanto riguarda i processi che generano la viscosità bulk, ci siamo limitati a considerare il cosiddetto processo Urca diretto che, se attivo, è di gran lunga il più efficiente. Dopo la trattazione formale del problema il valore del coefficiente di viscosità bulk è stato calcolato utilizzando i potenziali chimici dei nucleoni ottenuti dall'equazione di stato di Gandolfi et al. [9].

Nel nostro studio abbiamo considerato la regione di temperature  $\sim 10^9$  K, che corrispondono alla prima fase di vita della stella di neutroni, nella quale il contributo predominante alla viscosità è generato dal contributo del termine bulk [8].

I risultati numerici ottenuti hanno messo in luce che i decadimenti elettronici e muonici si attivano a densità che rientrano ancora nell'intervallo corrispondente alle configurazioni di equilibrio stabile della stella. Ciò significa che nelle stelle di neutroni di massa  $\gtrsim 1.5 M_{\odot}$

descritte dall'equazione di stato di Gandolfi et al. i processi Urca diretti sono attivi, e quindi è presente viscosità bulk.

Il lavoro che abbiamo svolto è parte di un progetto il cui traguardo finale è calcolare in modo completamente consistente, cioè a partire da un unico modello dinamico, tutte le grandezze necessarie per effettuare l'analisi dell'intervallo di stabilità delle stelle rotanti. Nell'ambito di questo progetto sono già stati ottenuti il coefficiente di viscosità di taglio [35] e le temperature critiche ed il gap di energia che caratterizzano la transizione dei neutroni alla fase superfluida [36].

# Bibliografia

- [1] N. K. Glendenning, *Compact Stars* (Springer, Berlin, GE, 2000)
- [2] S. L. Shapiro e S. A. Teukolski, *Black holes, white dwarfs and neutron stars* (Wiley-Interscience, New York, NY, 1983)
- [3] S. Chandrasekhar, Phys. Rev. Lett. **24** (1970) 611.
- [4] S. Chandrasekhar, Astrophys. J. **161** (1970) 561.
- [5] J.L. Friedman e B.F. Schutz, Astrophys. J. **161** (1970) 561.
- [6] L. D. Landau e E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Elsevier, Amsterdam, 1987)
- [7] P. Haensel, K. P. Levenfish e D. G. Yakovlev, A & A **357**, 1157 (2000)
- [8] R. F. Sawyer, Phys. Rev. D **39**, 3804 (1989)
- [9] S. Gandolfi, A.Yu. Illarionov, S. Fantoni, J.C. Miller, F. Pederiva e K.E. Schmidt, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **404**, L35 (2010)
- [10] J. R. Oppenheimer e G. M. Volkoff, Phys. Rev. **55**, 374 (1939)
- [11] R. C. Tolman, Phys. Rev. **55**, 364 (1939)
- [12] A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott e R. A. Collins, Nature **217**, 709 (1968)

- 
- [13] L. Lindblom, *Neutron Star Pulsations and Instabilities* (Lecture given at the Conference on Gravitational Waves, Trieste, 2000)
- [14] N. Andersson, *Astrophys. J.* **502**, 708 (1998)
- [15] J. L. Friedman e S. M. Morsink, *Astrophys. J.* **502**, 714 (1998)
- [16] L. Lindblom, B. J. Owen e S. M. Morsink, *Phys. Rev. Letters* **80**, 4843 (1998)
- [17] J. Papaloizou e J. E. Pringle, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **182**, 423 (1978)
- [18] H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.* **8**, 139 (1936)
- [19] S. Shlomo e D. H. Youngblood, *Phys. Rev. C* **47**, 529 (1993)
- [20] R. C. Tolman, *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Oxford University Press, 1934)
- [21] S. E. Thosett e D. Chakrabarty, *ApJ* **512**, 288 (1999)
- [22] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts e J. W. T. Hessels, *Nature* **467**, 1081 (2010)
- [23] H. Yukawa, *Proc. Phys. Mat. Soc. Japan* **17**, 48 (1935)
- [24] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1964)
- [25] P. B. Wiringa, V. G. J. Stocks e R. Schiavilla, *Phys. Rev. C* **51**, 38 (1995)
- [26] D. V. Shetty, S. J. Yannello e G. A. Souliotis, *Phys. Rev. C* **76**, 024606 (2007)
- [27] A. Worley, P. G. Krastev e B. A. Li, *Astrophys. J.* **685**, 390 (2008)
- [28] G. Baym e C. J. Pethick, *Landau Fermi-Liquid Theory* (Wiley, New York, 1991)

- 
- [29] J. M. Lattimer, C. J. Pethick, M. Prakash e P. Haensel, *Phys. Rev. Letters* **66**, 2701 (1991)
- [30] B. L. Friman e O. V. Maxwell, *ApJ* **232**, 541 (1979)
- [31] D. G. Yakovlev e K. P. Levenfish, *A&A* **297**, 717 (1995)
- [32] E. Flowers e N. Itoh, *ApJ* **230**, 847 (1979)
- [33] R. P. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics, Vol I* (Addison Wesley, New York, 1977)
- [34] I. E. Lagaris e V. R. Pandharipande, *Nucl. Phys. A* **369**, 470 (1981)
- [35] O. Benhar e M. Valli, *Shear viscosity of neutron matter from realistic nucleon-nucleon interactions*, arXiv:0707.2681 (2007)
- [36] G. Salvi, Tesi di Laurea Specialistica in Fisica, “Sapienza” Università d Roma, 2009.